



پاسخ تشریحی

فصل دوم

اعداد طبیعی

۱- گزینه «۲»

اگر پنجم فروردین پنجشنبه باشد اول فروردین یکشنبه بوده است.

روز تا ۲۲ بهمن $327 - 1 = 22 + (4 \times 30) + (6 \times 31)$

روز ۵ ، هفته $327 \div 7 = 46$

از اول فروردین که روز یکشنبه بوده است ۴۶ هفته و ۵ روز سپری شده که در واقع ششم فروردین و ۲۲ بهمن هر دو روز جمعه می باشد.

۲- گزینه «۲»

اگر a بر ۱۲ و ۱۰ بخش پذیر باشد نتیجه می گیریم بر ک.م.م ۱۲ و ۱۰ نیز بخش پذیر خواهد بود.
 $[10, 12] = 60$

۳- گزینه «۴»

A بر ۳، ۶، ۱۰ بخش پذیر است پس A بر ۳۰ بخش پذیر است.

۴- گزینه «۳»

$$2125 = 5^2 \times 17$$

$$2 \times 4 \times 6 \times \dots \times 10 \times \dots \times 20 \times \dots \times 30 \times \dots \times 34$$

در این حاصل ضرب عدد ۳۴ عامل ۱۷ و اعداد ۱۰، ۲۰، ۳۰ هر کدام عامل ۵ را دارند.

۵- گزینه «۳»

چون بر ۵ بخش پذیر است ولی بر ۱۰ بخش پذیر نیست در نتیجه یکان آن ۵ می باشد و دهگان x است:

$$(x10 + 5) : \text{عدد نخست}$$

$$27 = (x10 + 5) - (50 + x) \Rightarrow (50 + x) : \text{بعد از عوض شدن}$$

$$5 + x - x10 - 5 = 27 \Rightarrow -x9 = -18 \Rightarrow x = 2$$

رقم دهگان ۲
 عدد مورد نظر ۲۵

۶- گزینه «۴»

$$\overline{abcdabcd} = \overline{abcd} \times 10001 = \overline{abcd} \times 73 \times 137$$

پس این عدد حتماً بر عددهای ۷۳ و ۱۳۷ بخش پذیر است.

۷- گزینه «۳»

مجموع رقم های عدد $\overline{5b9}$ یعنی $5 + b + 9$ باید مضرب ۹ باشد، بنابراین رقم b فقط می تواند ۴ باشد و داریم:

$$\overline{2a3} = \overline{5b9} - 326 = 549 - 326 = 223 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow a + b = 2 + 4 = 6$$

۸- گزینه «۳»

$$\left. \begin{array}{l} 5 + b + 9 = 18 \Rightarrow b = 4 \\ 2 + a = 4 \Rightarrow a = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{(2+4)^2} = 6 \quad \begin{array}{r} 326 \\ + 2a3 \\ \hline 5b9 \end{array}$$

۹- گزینه «۳»

یکی از اعداد مورد نظر ۲ می باشد و به غیر از ۲ هر عدد اول دیگر فرد است. بنابراین رقم یکان آن فقط می تواند ۱ و آخرین رقم سمت چپ نیز نمی تواند بیش تر از ۱ باشد، پس جواب می تواند ۱۱، ۱۰۱، ۱۰۰۱ باشد که عدد ۱۰۰۱ اول نیست در نتیجه سه عدد اول ۲، ۱۱، ۱۰۱ وجود دارد که مجموع ارقام ۲ است.

۱۰- گزینه «۲»

۱۱۰۱۱ مرکب است زیرا بر ۱۱ بخش پذیر است.

$(12^3 + 76^3 + 75^3)$ مرکب است زیرا عددی زوج است و یکان آن ۲ است.

هر عدد با یکان ۵ و ۶ به هر توانی برسد یکان حاصل مساوی خود عدد است پس:

$$5 + 6 + 1 = 12$$

۱۱- گزینه «۱»

$$(a-b) \times c = \text{فرد} \Rightarrow \begin{cases} a-b = \text{فرد} \Rightarrow a = \text{فرد} \\ c = \text{فرد} \quad b = \text{زوج} \Rightarrow b = 2 \end{cases}$$

۱۲- گزینه «۳»

کافی است با توجه به شرط گفته شده اعداد را امتحان کنیم تا عبارت به صورت زیر کامل شود.

$$20 / \underline{3} / 16 / 15 / 4 / \underline{19} / 12 / \underline{1} / 10 / 7 / 6 / \underline{11} / 2 / 17 / 14 / 9 / 8 / 5 / 18 / \underline{13}$$

۱۳- گزینه «۴»

جوهر اعداد ۲۰۰۰ و ۵۰۰۰ برابر ۵ و جوهر عدد ۱۰۲۴ برابر ۲ می باشد.

جوهر عدد ۱۳۹۳ برابر ۱۹۹ می باشد.



۱۴- گزینه «۳»

گزینه ۲، ۱، ۴ نادرست است زیرا برای اعدادی مانند ۱۰۳، ۳۰۵ و ... داریم:

$$\left. \begin{array}{l} 103^* = 103 \\ 150^* = 5 \\ 5^* = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow (150^*)^* = 5 \Rightarrow (n^*)^* = n^*$$

۱۵- گزینه «۴»

$$\begin{array}{lll} 10^* = 5 & 16^* = 2 & 31^* = 31 \\ 11^* = 11 & 17^* = 17 & 37^* = 37 \\ 12^* = 3 & 19^* = 19 & 41^* = 41 \\ 13^* = 13 & 23^* = 23 & 43^* = 43 \\ 14^* = 7 & 29^* = 29 & 47^* = 47 \end{array}$$

۱۶- گزینه «۳»

$$\left. \begin{array}{l} 25^* = 5 \\ 26^* = 13 \\ 27^* = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow (25^* + 26^* + 27^*) = (5 + 13 + 3)^* = 21^* = 7$$

۱۷- گزینه «۱»

کوچک‌ترین عدد طبیعی که ۴ مقسوم‌علیه اول داشته باشد، عددی است که کوچک‌ترین مقسوم‌علیه‌های اول ممکن یعنی ۲، ۳، ۵، ۷ را داشته باشد و توان هر کدام از این عددهای اول در آن برابر ۱ باشد که برابر است با $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$ و هیچ عددی قبل از آن دارای این خاصیت نمی‌باشد.

۱۸- گزینه «۳»

$$\begin{aligned} \text{(توان دومی)} (1 +) &= \text{تعداد مقسوم‌علیه‌ها} \\ (1 + 1)(x + 1) &= 16 \\ 2(x + 1) &= 16 \\ 2x + 2 = 16 &\Rightarrow 2x = 16 - 2 \Rightarrow 2x = 14 \Rightarrow x = 7 \end{aligned}$$

۱۹- گزینه «۳»

به هر یک از توان‌های یک واحد اضافه کرده و به هم ضرب می‌کنیم تا تعداد مقسوم‌علیه‌ها به دست آید.

$$(n + 1 + 1) \times (3 + 1) = 24 \Rightarrow (n + 2) \times 4 = 24 \Rightarrow n + 2 = 6 \Rightarrow n = 4$$

۲۰- گزینه «۴»

اگر عددی را به عوامل اول تجزیه کنیم و به صورت $a^m \cdot b^n \cdot c^k \dots$ در آید تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت آن عدد از رابطه $(m+1)(n+1)(k+1)\dots$ به دست می‌آید.

$$\begin{array}{r|l} 99 & 3 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{aligned} 99 &= 3^2 \times 11 \\ N &= (2+1)(1+1) = 6 \Rightarrow N = 6 \Rightarrow (6-6)(2 \times 6) = 0 \end{aligned}$$

۲۱- گزینه «۲»

مقسوم‌علیه‌های عدد ۳۰:

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۱۰، ۱۲، ۱۵، ۲۰، ۳۰
مجموع آن‌ها برابر ۷۲ می‌باشد.

۲۲- گزینه «۴»

$\{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\} \Rightarrow 100 \times 100 \times 100 \times 100 \times 100 = 100^9$
به‌طور کلی حاصل ضرب مقسوم‌علیه‌ها از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$N^{\left(\frac{\text{تعداد مقسوم‌علیه‌ها}}{2}\right)}$$

۲۳- گزینه «۳»

چون عدد ۱۳ حاصل ضرب هیچ دو عدد بزرگ‌تر از ۱ نمی‌باشد پس عدد مورد نظر به شکل $k = a^{13}$ می‌باشد در نتیجه:

$$k^2 = a^{26} \Rightarrow k^3 = a^{39} \Rightarrow \text{تعداد مقسوم‌علیه} = 39 + 1 = 36$$

۲۴- گزینه «۳»

$$1200 = 2^4 \times 3 \times 5^2$$

لذا مقسوم‌علیه‌های فرد برابرند با ۱، ۵، ۲۵، ۳، ۱۵، ۷۵

۲۵- گزینه «۳»

چون ۲، ۴، ۸ همگی فقط عامل ۲ دارند روی مقسوم‌علیه‌های فرد تأثیری ندارند.



۲۶- گزینه «۴»

فقط برای عددهایی به صورت $m = 2^t$ داریم $\overline{m} = 1$ و این عددها عبارتند از $2, 2^1, 2^2, \dots, 2^{10}$ که ۱۱ عددند.

۲۷- گزینه «۲»

$$\overline{\overline{7} + \overline{2}} = \overline{8 + 3} = \overline{11} = 1 + 11 = 12$$

۲۸- گزینه «۴»

$$\overline{2^{50}} = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^{50} = 2^{51} - 1$$

۲۹- گزینه «۲»

هر عدد طبیعی مقسوم علیه خودش می باشد و همچنین عدد ۱ مقسوم علیه همه عددها می باشد پس برای این که $\overline{n} = n$ باشد بایستی عدد n ، خود ۱ باشد که تنها یک مقسوم علیه داشته باشد. برای این که $\overline{m} = m + 1$ باشد، عدد m بایستی هیچ مقسوم علیه دیگری جز خودش و ۱ نداشته باشد که این موضوع فقط در مورد عددهای اول صدق می کند. در مجموعه داده شده عددهای ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۱۹ عددهای اول هستند که تعدادشان ۸ تا است.

۳۰- گزینه «۱»

اگر n عددی فرد باشد، همه مقسوم علیه های عدد n ، مقسوم علیه های عدد $2n$ نیز هستند و دو برابر هر مقسوم علیه از n نیز، یک مقسوم علیه برای $2n$ محسوب می گردد. لذا مجموع مقسوم علیه های $2n$ سه برابر مجموع مقسوم علیه های n می باشد.

۳۱- گزینه «۴»

مقسوم علیه های عدد ۲۰ عبارتند از: ۲۰، ۱۰، ۵، ۴، ۲، ۱ که مجموع همه آنها جز ۲۰ برابر است با: $((20)) = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 = 22$

۳۲- گزینه «۱»

$$((18)) = 1 + 2 + 3 + 6 + 9 = 21$$

$$(((18))) = ((21)) = 1 + 3 + 7 = 11$$

۳۳- گزینه «۳»

مقسوم علیه های طبیعی 2^{20} عبارتند از:

$$1, 2, 4, 8, 16, \dots, 2^{20}$$

$$1 - 2^{20} = 2^{19} + \dots + 2^2 + 2 + 1$$

پس:

$$((2^{20})) = 2^{20} - 1$$

۳۴- گزینه «۴»

عدد ۱ مقسوم علیه همه عددهای طبیعی است. اگر $((n)) = 1$ باشد نشان می دهد که عدد n مقسوم علیه جز ۱ و خودش ندارد یعنی n اول است در حقیقت سوال تعداد عددهای اول مجموعه عددهای طبیعی ۱ تا ۴۰ را خواسته است. یعنی:

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37\}$$

که دارای ۱۲ عضو است.

۳۵- گزینه «۴»

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5 \Rightarrow \diamond 120 = 5 \Rightarrow \diamond \diamond 120 = \diamond 5 = 5$$

۳۶- گزینه «۳»

مقسوم علیه های اول عدد $2n$ همان مقسوم علیه های اول عدد n هستند که ۲ به آنها اضافه شده است. (اگر خود n زوج باشد مقسوم علیه های اول n و $2n$ با هم یکسان است) و چون ۲ کوچک ترین عدد اول است پس همیشه $\diamond 2n = \diamond n$. برای گزینه های ۱، ۲، ۳ به ترتیب مثال های نقض زیر را داریم:

$$\diamond 31 = 31 < 2 = \diamond 32$$

$$\diamond 36 = 3 \neq 3 \times 3 = \diamond 6 \times \diamond 6$$

$$\diamond 3 \times 4 = 3 \neq \diamond 4 = 2$$



۳۷- گزینه «۱»

$\odot n$ همان مقسوم‌علیه‌های اول n را داراست پس $\odot n = \diamond n$ از طرفی چون $\diamond n$ همیشه یک عدد اول است پس همیشه این دو با هم مساویند.
برای گزینه‌های دیگر به ترتیب مثال‌های زیر نقض کننده‌اند.

$$\odot 6 \times 4 = 6 \neq 6 \times 2 = 12$$

$$\odot 2 \times 9 = 6 \neq 9 = 3$$

$$\odot 3 \times 7 = 21 \neq 7 = 7$$

۳۸- گزینه «۲»

تساوی $\odot n = \sqrt{n}$ فقط زمانی برقرار است که n عددی باشد از حاصل ضرب تعدادی عدد اول متمایز با توان ۲. فقط 30^2 چنین خاصیتی دارد.

$$30^2 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \Rightarrow \odot 20 = 2 \times 5 \neq 20$$

۳۹- گزینه «۳»

$$(12x, 9x^2) = 3x = 15 \Rightarrow x = 5$$

$$[25x, 4x^2] = [100, 125] = 500$$

۴۰- گزینه «۳»

برای مثال اگر $A = 4200$, $B = 3000$, $C = 3500$ باشند، ب.م.م. عددهای B و C برابر ۵۰۰ خواهد بود. عددهای ۲۰۰، ۳۰۰، ۶۰۰ نمی‌توانند ب.م.م. B و C باشند برای مثال در مورد عدد ۲۰۰ داریم که اگر ۲۰۰ برابر ب.م.م. B و C باشد آن‌گاه هم B و هم C مضرب ۲۰۰ بودند.
از طرفی A نیز مضرب ۲۰۰ است لذا باید ب.م.م. A و C نیز مضرب ۲۰۰ بود که این گونه نیست.

۴۱- گزینه «۲»

$$[40, 48] = 240$$

باید آخرین مضرب ۲۴۰ که کم‌تر از ۱۰۰۰۰ باشد را تعیین کنیم که تعداد آن‌ها ۴۱ است.

۴۲- گزینه «۴»

با توجه به اطلاعات مسئله $\frac{13}{30}$ کارمندان زن هستند. لذا حتماً تعداد کارمندان بایستی مضرب ۳۰ باشد.

۴۳- گزینه «۲»

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$$

$$\text{ک.م.م} = \frac{[3, 4]}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

۴۴- گزینه «۱»

$$\left. \begin{aligned} 2^x \times 18 &= 2^x \times 2 \times 3^2 = 2^{x+1} \times 3^2 \\ 2^{x+3} \times 3 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{ک.م.م}} 2^{x+3} \times 3^2$$

$$1152 = 2^7 \times 3^2 \Rightarrow 2^{x+3} \times 3^2 = 2^7 \times 3^2 \Rightarrow x+3=7 \Rightarrow x=4$$

۴۵- گزینه «۳»

ک.م.م. دو عدد باید بزرگ‌تر یا مساوی عدد بزرگ‌تر باشد. همچنین فقط در حالتی ک.م.م. دو عدد می‌تواند نصف مجموع آن‌ها باشد که $a = b$ یعنی:

$$(a, b) = a = b \Rightarrow [a, b] = a = b$$

۴۶- گزینه «۱»

$$(a^r, a) = a \Rightarrow [a, 1] = a$$

$$(a, a) = a$$

۴۷- گزینه «۲»

به ترتیب برای گزینه‌ها داریم:

$$12 \times 17 \leftarrow 204 \text{ مربع } 1 \times 1$$

$$12 \times 15 \leftarrow 20 \text{ مربع } 3 \times 3$$

$$12 \times 14 \leftarrow 42 \text{ مربع } 2 \times 2$$

$$12 \times 13 \leftarrow 156 \text{ مربع } 1 \times 1$$



۴۸- گزینه «۲»

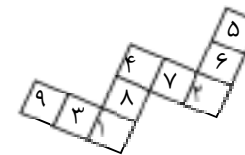
با این روش مضرب‌های عددهای اول به ترتیب از کوچک‌ترین تا بزرگ‌ترین حذف می‌شوند. بنابراین آخرین عددی که حذف می‌شود بزرگ‌ترین مضرب از بزرگ‌ترین عدد اول قبل از ۱۰۰ است. بزرگ‌ترین مضرب از بزرگ‌ترین عدد اول قبل از ۱۰۰ عدد ۹۷ است.

۴۹- گزینه «۲»

احسان ابتدا مضرب‌های ۲ را پاک می‌کند. به این ترتیب ۵۰ عدد ابتدایی که احسان پاک می‌کند، عددهای زوج هستند که آخرین آن‌ها ۱۰۰ است. سپس مضرب‌های ۳ را پاک می‌کند، اما مضرب‌های ۳ که زوج هستند (یعنی مضرب‌های ۶) قبلاً پاک شده‌اند. بنابراین پنجاه و هفتمین عددی که احسان پاک می‌کند هفتمین عددی است که مضرب ۳ است ولی مضرب ۲ نیست، یعنی عدد ۳۹.

۵۰- گزینه «۲»

$$\begin{aligned} \Rightarrow (17+x) + (13+2x) &= 60 \\ \Rightarrow 30 + 3x &= 60 \Rightarrow 3x = 30 \\ \Rightarrow x &= 10 \end{aligned}$$



۵۱- گزینه «۴»

مجموع اعداد داخل جدول برابر $45 = 1+2+\dots+9$ است. اما هر چهار خط اریب جمعی برابر دارند. پس $4y = 45+1+4+2$ و در نتیجه $y = 13$ بنابراین $13 = 1+x+4$ و لذا $x = 8$.

۵۲- گزینه «۳»

حاصل ضرب اعداد هر سطر، ستون و قطر ۲۱۶ می‌باشد. عدد علامت سوال ۱ است.

۵۳- گزینه «۲»

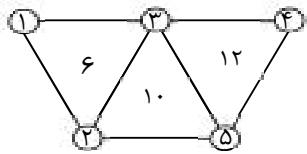
۸	۱	۶
۳	۵	۷
۴	۹	۲

$$x + y + z = 5 + 2 + 3 = 10$$

۵۴- گزینه «۴»

۲	۲	۱
۲	۲	۱
۱	۱	۱

۵۵- گزینه «۳»



۵۶- گزینه «۱»

شکل اول شامل ۷ عدد چوب کبریت است و هر شکل نسبت به شکل قبلی خود دقیقاً ۵ چوب کبریت بیش‌تر دارد. لذا تعداد چوب کبریت‌های شکل ۴۳م برابر است با:

$$7 + 42(5) = 217$$

۵۷- گزینه «۳»

در هر شکل خانه‌های با مختصات (فرد و فرد) یک مربع بزرگ و خانه‌های با مختصات (زوج و زوج) یک مربع با ضلع یک واحد کوچک‌تر تشکیل می‌دهند. بنابراین تعداد مربع‌ها $15^2 + 14^2 = 421$ می‌شود.

۵۸- گزینه «۲»

$$1384 = 4k$$

$$1386 = 4k + 2$$

۵۹- گزینه «۱»

با کمی دقت مشخص می‌شود که الگو دارای دوره تناوب ۶ است. بنابراین با محاسبه باقی‌مانده 1382 و 1385 بر ۶ می‌توانیم نقاط متناظر با این نقاط را یافته و با توجه به الگوی داده شده موقعیت آن‌ها را رسم کنیم. باقی‌مانده تقسیم 1382 بر ۶ برابر ۲ و باقی‌مانده تقسیم 1385 بر ۶ برابر ۵ است.

۶۰- گزینه «۱»

در محدوده عددهای یک رقمی فقط عدد ۳ قابل قبول است. (۱ عدد)
 در محدوده عددهای دو رقمی عددهای ۱۲، ۳۰ و ۲۱ را می توان پذیرفت. (۳ عدد)
 در محدوده عددهای سه رقمی حالت های زیر را داریم:
 رقم ها ۰، ۰، ۳ باشند ← فقط عدد ۳۰۰ (۱ عدد)
 رقم ها ۰، ۱، ۲ باشند ← ۲۱۰، ۲۰۱، ۱۰۲ و ۱۲۰ (۴ عدد)
 رقم ها ۱، ۱، ۱ باشند ← فقط عدد ۱۱۱ (۱ عدد)
 در محدوده عددهای چهار رقمی حالت های زیر را خواهیم داشت:
 رقم ها ۰، ۰، ۰، ۳ باشند ← فقط عدد ۳۰۰۰ که قابل قبول نیست.
 رقم ها ۰، ۰، ۱، ۲ باشند ← فقط سه عدد ۱۲۰۰، ۱۰۲۰، ۱۰۰۲ (۳ عدد)
 رقم ها ۰، ۱، ۱، ۱ باشند ← سه عدد ۱۱۱۰، ۱۱۰۱ و ۱۰۱۱ (۳ عدد)
 که در کل ۱۶ عدد خواهد بود.

۶۱- گزینه «۲»

$$5, 15, 25, 35, \dots, 295$$

$$\frac{(295+5) \times 30}{2} = 4500$$

۶۲- گزینه «۱»

هر کدام از عددهای ۱، ۲، ۳، ۴ دقیقاً در ۵ عدد در جایگاه یکان هستند.
 پس مجموع همه یکان ها برابر خواهد بود.

$$5(1+2+3+4) = 50$$

به همین ترتیب مجموع همه دهگان ها برابر است با:

$$4(3+6+7+8+9) = 4 \times 33 = 132$$

لذا مجموع کل برابر است با:

$$132(10) + 50 = 1370$$

۶۳- گزینه «۲»

$$\overline{A1} = 3(\overline{A1})$$

$$10\overline{A} + 1 = 3(10000 + \overline{A})$$

$$7\overline{A} = 29999 \Rightarrow \overline{A} = 42857$$

۶۴- گزینه ۲

کوروش حالت های زیر را دارد:
 (۱) همه + باشند که مقدار ۲۰ تولید می شود.
 (۲) فقط یک × داشته باشیم که این ضرب هر جا که باشد به عدد ۳۵ می رسیم.
 (۳) دو ضرب داشته باشیم اگر دو ضرب در کنار هم باشند به عدد ۱۳۰ و در غیر این صورت به عدد ۵۰ می رسیم. (یعنی دو عدد متمایز)
 (۴) هر سه × ضرب باشند که به عدد ۶۲۵ می رسیم.

۶۵- گزینه «۲»

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$
 گزینه های ۱ و ۳ عامل غیر از ۲ دارند و گزینه ۴ نیز 2^{11} است. در حالی که عدد مورد نظر حداکثر می تواند 2^{10} باشد.

۶۶- گزینه «۲»

فرض کنید عدد دو رقمی مورد نظر $\overline{XY}$ باشد. در این صورت $\begin{cases} x+y=12 \\ x-y=4 \end{cases}$. در نتیجه $2x=16$. بنابراین $x=8$ ، به این ترتیب $y=4$. پس $xy=4 \times 8 = 32$.

۶۷- گزینه «۴»

اگر $1*$ را به صورت $a1$ و $3*$ را به صورت $3b$ بنویسیم از نتیجه حاصل ضرب اول معلوم می شود $b=5$ و نتیجه نهایی حاصل ضرب هم $5*7$ می باشد، بنابراین $5*7=35=5 \times 7$. چون حاصل ضرب یک عدد دو رقمی در ۳۵ برابر $5*7$ است، مقدار $a=2$ ، زیرا اگر $a=1$ ، آن گاه حاصل ضرب ۳۸۵ و اگر $a=3$ ، آن گاه حاصل ضرب از ۹۰۰ بیش تر می شود. بنابراین حاصل ضرب $735=21 \times 35$ می شود.

۶۸- گزینه «۲»

برای حداکثر بودن مقدار $\frac{b}{a+\frac{1}{c}}$ باید b و c تا جایی که ممکن است بزرگ شوند و a کوچک. لذا بهتر است که دو عدد بزرگ تر مجموعه به همراه کوچک ترین عدد را استفاده نماییم.



۶۹- گزینه «۳»

بدیهی است که $c \times a - d$ زمانی حداکثر مقدار ممکن است که d کمترین عدد یعنی صفر باشد پس a ، b و c عددهای ۱، ۲ و ۳ هستند. با کمی دقت می‌توان فهمید که بیشترین مقدار زمانی ایجاد می‌شود که $a = 3$ ، $c = 1$ و $b = 2$.

۷۰- گزینه «۴»

$$2 \div (((2 \div 2) \div 2) \div 2) = 8$$

هر طوری که پرانتزگذاری انجام شود حداقل یک ۲ در مخرج کسر باقی می‌ماند. لذا بزرگ‌ترین عدد از ۸ بیش‌تر نیست.

۷۱- گزینه «۲»

$$A = 5 \times 6 + 4 \times 3 + 2 \times 7 + 8 = 64$$

۷۲- گزینه «۱»

$$100 \text{ kg} = 1 \times 49 \text{ kg} + 7 \times 7 \text{ kg} + 2 \times 1 \text{ kg} \Rightarrow \text{تعداد وزنه‌ها} = 10$$

۷۳- گزینه «۲»

$$(1+1)^{(1+1+1+1+1)} + 1+1+1 = 2^5 + 3 = 32 + 3 = 35$$

۷۴- گزینه «۲»

واضح است که باید به یک نفر ۴ سیب و به بقیه ۳ سیب بدهیم. شخصی که ۴ سیب دریافت می‌کند می‌تواند ارشک یا حمید یا خشایار یا ابراهیم باشد. پس ۴ روش مختلف موجود است.

۷۵- گزینه «۱»

$$16 = 1 + 4 + 4 + 4 + 3 = \text{حداقل مهره‌هایی که باید برداشت کنیم}$$

سیاه سفید قرمز آبی

۷۶- گزینه «۲»

نماد وزن کردن $\uparrow$

$$27 \uparrow 27, 26 \Rightarrow 27 = 9 \uparrow 9, 9 \left\{ \begin{array}{l} 9 = 3 \uparrow 3, 3 \left\{ \begin{array}{l} 1 \uparrow 1, 1 \\ 1 \uparrow 1, 1 \end{array} \right. \\ \text{مشابه بالا} \Rightarrow 9 = 3 \uparrow 3, 3 \end{array} \right. \\ 26 = 9 \uparrow 9, 8 \left\{ \begin{array}{l} 9 = 3 \uparrow 3, 3 \Rightarrow \text{مشابه بالا} \\ 8 = 3 \uparrow 3, 2 \left\{ \begin{array}{l} 3 = 1 \uparrow 1, 1 \\ 2 = 1 \uparrow 1 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

بنابراین با چهار بار توزین در هر حالتی می‌توانیم سکه سنگین‌تر را شناسایی کنیم.

۷۷- گزینه «۳»

در بدترین شرایط ممکن است علی در ۷ انتخاب اول خود ۷ مهره سبز و در ادامه ۵ مهره آبی انتخاب کند، در نتیجه اگر علی ۱۳ مهره انتخاب کند تحت هر شرایطی از هر سه رنگ حتماً مهره خواهد داشت.

۷۸- گزینه «۳»

$$x = \frac{60 \times 7}{3} = 140 \text{ دقیقه}$$

دقیقه دقیقه
۳ ۶۰
۷ x

۷۹- گزینه «۲»

$$17 - 5 = 12 \text{ جایزه}$$

$$12 \div 2 = 6$$

۸۰- گزینه «۳»

هر عدد با توان منفی برابر است با معکوس آن عدد با توان مثبت و بالعکس.

$$\frac{+a}{\frac{1}{a}} = -a^2 \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{1}{a^2} \xrightarrow{\text{قرینه}} \frac{1}{a^2} = a^{-2}$$

۸۱- گزینه «۴»

$$\frac{1}{\{[-(-\frac{3}{-5})]\}} = \frac{1}{-\frac{3}{5}} = \frac{1}{-\frac{13}{5}} = -\frac{5}{13}$$



۸۲- گزینه «۲»

$$\text{قرینه معکوس} = \frac{-2}{[-(-2) \div -\frac{1}{2}]} = \frac{-2}{2 \times (-\frac{2}{1})} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

۸۳- گزینه «۱»

مقدار هر یک از کسرها را به سادگی می‌توان محاسبه کرد. مقدار گزینه ۱ برابر $\frac{2}{3}$ ، گزینه ۲ برابر $\frac{3}{8}$ ، گزینه ۳ برابر $\frac{1}{24}$ و مقدار گزینه ۴ برابر $\frac{3}{8}$ است.

۸۴- گزینه «۱»

$$\begin{aligned} ۱) \quad ۰/۶ &= ۰/۶۰۰ \\ ۲) \quad ۰/۰۷۵ \\ ۳) \quad ۰/۴ &= ۰/۴۰۰ \\ ۴) \quad \frac{1}{9} &\cong ۰/۱۱۱ \end{aligned}$$

۸۵- گزینه «۳»

$$1 - (\frac{8}{5} \times \frac{5}{3}) = 1 - \frac{8}{3} = \frac{3-8}{3} = -\frac{5}{3}$$

در عملیات حق تقدم با ضرب است.

۸۶- گزینه «۲»

$$N = \frac{21+9}{0/08+1/92} = \frac{30}{2} = 15 \rightarrow 15 = \text{مقسوم‌علیه‌های عدد } 15 = \{1, 3, 5, 15\}$$

۸۷- گزینه «۲»

$$\frac{1/01-0/2}{3/5-0/8} \times \frac{2/76}{0/69} = \frac{0/81}{2/7} \times \frac{2/76}{0/69} = \frac{81}{270} \times \frac{276}{69} = \frac{3}{10} \times \frac{4}{1} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

۸۸- گزینه «۴»

$$\frac{-35+27-5-32}{42} = \frac{-45}{42} = \frac{45 \times 28}{42 \times 15} = 2$$

۸۹- گزینه «۳»

$$-2-3(0)^5+8(-1)=-2-8=-10$$

۹۰- گزینه «۳»

رعایت حق تقدمها ابتدا با داخل پرانتزها سپس ضرب و تقسیمها و در آخر با جمع و تفریق‌هاست.

$$\frac{2-2(3-5)-3(4-6)}{2-2 \times 3-5-24 \div 2+6} = \frac{2-2 \times (-2)-3 \times (-2)}{2-6-5-12+6} = \frac{2+4+6}{-15} = \frac{12}{-15} = -\frac{4}{5}$$

۹۱- گزینه «۴»

حق تقدم عملیات ابتدا با توان، سپس با ضرب و در آخر با جمع یا تفریق است.

$$A = 6-6[-4 \times \frac{7}{3}-4 \times \frac{1}{8}-9] = 6-6[-\frac{28}{3}-\frac{1}{2}-\frac{9}{1}] = 6-6[\frac{-56-3-54}{6}]$$

$$A = 6-6 \times (\frac{-113}{6}) = 6+113=119$$

۹۲- گزینه «۲»

$$(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{100})+(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\dots+\frac{99}{100})=99$$

۹۳- گزینه «۲»

$$\frac{1}{100}+\frac{2}{100}+\frac{3}{100}+\dots+\frac{99}{100}+\frac{100}{100}=\frac{1+2+3+\dots+100}{100}=\frac{\frac{100 \times 101}{2}}{100}=\frac{101}{2}=50/5$$

۹۴- گزینه «۲»

$$(1+2+3+4+\dots+9)+(\frac{1+2+3+4+\dots+9}{10})=[(1+9) \times 4/5]+[\frac{(1+9) \times 4/5}{10}] =$$

$$45+4/5=49/5$$

۹۵- گزینه «۱»

$$k = \underbrace{1+2+3+\dots+10}_{55} + \underbrace{0/01+0/02+\dots+0/10}_{0/55}$$

$$k = 55/55 \Rightarrow \frac{k}{55} = 1/01$$



۹۶- گزینه «۲»

$$\begin{aligned} \text{حاصل صورت} = 7 &\Rightarrow 2 \div \frac{7}{1} = 2 \times \frac{1}{7} = \frac{2}{7} \\ \text{حاصل مخرج} = 1 & \end{aligned}$$

۹۷- گزینه «۴»

$$A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \frac{1}{32} + \dots \Rightarrow 4A = 4 - 2 + 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots \Rightarrow$$

$$4A = 2 + A \Rightarrow 3A = 2 \Rightarrow A = \frac{2}{3}$$

۹۸- گزینه «۲»

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \left(\frac{1}{19 \times 20}\right) &= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{19} - \frac{1}{20}\right) \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{20} = \frac{19}{20} \end{aligned}$$

۹۹- گزینه «۴»

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = (10 \times 1) + (9 \times 2) + (8 \times 3) + (7 \times 4) + \dots + (2 \times 9) + (1 \times 10) = 110$$

$$110 \times 2 = 220$$

۱۰۰- گزینه «۳»

مجموع اعداد سطرهای فرد برابر ۱ است و مجموع اعداد سطرهای زوج برابر صفر است.
بنابراین خواهیم داشت:

$$2006 \div 2 = 1003 = \frac{2006}{2}$$

۱۰۱- گزینه «۳»

ابتدا صورت و مخرج کسر را ساده می‌کنیم و سپس عددی را که باید در صورت و مخرج کسر ضرب شود، می‌یابیم:

$$\frac{102}{119} = \frac{6}{7} \Rightarrow \text{حاصل ضرب صورت و مخرج} = 6 \times 7 = 42 \Rightarrow k^2 = \frac{168}{42} = 4 \Rightarrow k = 2$$

$$\frac{6}{7} = \frac{12}{14}$$

پس کسر مورد نظر برابر است با:

۱۰۲- گزینه «۳»

ابتدا کسر را ساده می‌کنیم و سپس عددی که باید در صورت و مخرج کسر ضرب شود را می‌یابیم:

$$\frac{84}{119} = \frac{12}{17} \Rightarrow \text{اختلاف صورت و مخرج} = 17 - 2 = 5 \Rightarrow k = \frac{25}{5} = 5$$

$$\frac{12}{17} = \frac{60}{85}$$

پس کسر مورد نظر برابر است با:

۱۰۳- گزینه «۳»

ابتدا کسر را ساده می‌کنیم و سپس با توجه به شرایطی که مسئله خواسته، تعداد کسرهای مدنظر را

$$\frac{16}{68} = \frac{4}{17}$$

می‌یابیم:

با توجه به این که صورت کسر بزرگ‌تر از ۱۰۰ باید باشد، پس عدد ۴ باید حداقل در ۲۶ و برای این که مخرج کسر کم‌تر از ۵۵۰ باشد، عدد ۱۷ حداکثر باید در ۳۲ ضرب شود. پس:

$$\begin{aligned} \text{اولین کسر} &= \frac{4}{17} = \frac{104}{442} \\ \text{آخرین کسر} &= \frac{4}{17} = \frac{128}{544} \end{aligned}$$

$$32 - 26 + 1 = 7$$

که تعداد این کسرها برابر است با:



۱۰۴- گزینه «۲»

فرض کنید عدد مورد نظر برابر با X باشد، پس:

$$\frac{8-X}{11-X} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3(8-X) = 2(11-X) \Rightarrow 24-3X = 22-2X \Rightarrow -X = -2 \Rightarrow X = 2$$

۱۰۵- گزینه «۱»

می‌دانیم اگر دو کسر با هم برابر باشند، آن‌گاه ترکیبی از آن نیز با هم برابر است به عبارت دیگر:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

از طرفی:

$$\frac{a}{b} = \frac{a+14}{b+35} = \frac{-a}{-b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{a+14-a}{b+35-b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{14}{35} = \frac{2}{5}$$

از آن‌جا که $(2, 5) = 1$ پس:

$$a = 2, b = 5 \Rightarrow a + b = 7$$

۱۰۶- گزینه «۳»

کسرهای $\frac{7}{15}$ ، $\frac{3}{7}$ و $\frac{4}{9}$ از کسر $\frac{1}{3}$ کوچک‌تر هستند ولی کسر $\frac{6}{11}$ از $\frac{1}{3}$ بزرگ‌تر است.

۱۰۷- گزینه «۴»

با بررسی گزینه‌ها داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{4}{7} = \frac{20}{35} \\ \frac{3}{5} = \frac{21}{35} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{4}{7} < \frac{3}{5}$$

پس $\frac{4}{7}$ بین دو کسر قرار ندارد.

۱۰۸- گزینه «۳»

می‌خواهیم این ۱۱ کسر را با روش مخرج مشترک‌گیری بنویسیم. ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم.

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20} \quad \text{و} \quad \frac{4}{5} = \frac{16}{20}$$

از آن‌جا که می‌خواهیم ۱۱ کسر بین دو کسر بنویسیم، کافی است صورت و مخرج هر دو کسر را در ۱۲ ضرب کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{15}{20} = \frac{180}{240} \\ \frac{16}{20} = \frac{192}{240} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{کسرهای مورد نظر}} \frac{181}{240}, \frac{182}{240}, \dots, \frac{191}{240}$$

پس عدد ۳ یک بار در ۵ و یک بار در ۱۲ یعنی در $5 \times 12 = 60$ ضرب شده است.

۱۰۹- گزینه «۲»

ابتدا صورت دو کسر را یکسان می‌کنیم و سپس با توجه به مخرج جدید، تعداد آن‌ها را به‌دست می‌آوریم.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3}{5} = \frac{75}{125} \\ \frac{5}{6} = \frac{75}{90} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{کسرهای مورد نظر}} \frac{75}{124}, \frac{75}{123}, \dots, \frac{75}{91}$$

پس تعداد این کسرها برابر است با:

$$124 - 91 + 1 = 34$$

۱۱۰- گزینه «۲»

ابتدا صورت دو کسر را با ضرب عدد مناسب به ۶۰ تبدیل می‌کنیم و با توجه به عدد مخرج‌ها در مورد

تعداد بحث می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{3} = \frac{5}{3} = \frac{60}{36} \\ \frac{4}{5} = \frac{60}{75} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{کسرهای مورد نظر}} \frac{60}{74}, \frac{60}{73}, \dots, \frac{60}{37}$$

$$74 - 37 + 1 = 38$$

پس تعداد این کسرها برابر است با:



۱۱۱- گزینه «۳»

۱۳ رقم اعشار دارد.

$$\frac{1}{1.024000} = \frac{1}{1.024 \times 1000} = \frac{1 \times 5^{10}}{2^{10} \times 10^3 \times 5^{10}} = \frac{5^{10}}{2^{10} \times 5^{10} \times 10^3} = \frac{5^{10}}{10^{10} \times 10^3} = \frac{5^{10}}{10^{13}} \rightarrow$$

۱۱۲- گزینه «۲»

$$2/\bar{6} = 2 \frac{6}{9} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$$

۱۱۳- گزینه «۳»

$$0./\overline{123} = \frac{123-12}{900} = \frac{111}{900} = \frac{37}{300}$$

۱۱۴- گزینه «۲»

$$40./\overline{11} = 40 \cdot \frac{11}{99} = 40 \cdot \frac{1}{9} = \frac{361}{9} = \left(\frac{19}{3}\right)^2$$

۱۱۵- گزینه «۳»

$$0./\overline{43} - 0./\overline{21} = \frac{43-4}{90} - \frac{21-2}{90} = \frac{39}{90} - \frac{19}{90} = \frac{20}{90} = \frac{2}{9} = 0./\overline{2}$$

۱۱۶- گزینه «۲»

$$0./\overline{ab} = \frac{2a}{15} \xrightarrow{\times 10} a/\overline{b} = \frac{4a}{3} \Rightarrow 9a+b = \frac{4a}{3} \Rightarrow 9a+b=12a \Rightarrow b=3a$$

از طرفی $1 \leq b \leq 8$ پس:

$$\left. \begin{aligned} b=3 &\Rightarrow a=1 \Rightarrow 0./\overline{ab} = 0./\overline{13} \\ b=6 &\Rightarrow a=2 \Rightarrow 0./\overline{ab} = 0./\overline{26} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{دو بسط اعشاری متناوب وجود دارد.}$$

۱۱۷- گزینه «۳»

$$\frac{8}{7} < \frac{8+5}{7+4} < \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{8}{7} < \frac{13}{11} < \frac{5}{4}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{8}{7} &= \frac{32}{28} \\ \frac{5}{4} &= \frac{35}{28} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{8}{7} < \frac{33}{28} < \frac{5}{4}, \quad \frac{8}{7} < \frac{17}{14} < \frac{5}{4}$$

۱۱۸- گزینه «۴»

برای به دست آوردن کسری بین دو کسر $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ می توان از رابطه $\frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+d} > \frac{c}{d}$ استفاده کرد و یا باید آن ها را به کسرهای هم مخرج تبدیل کرده و کسری بین آن ها پیدا کرد.

$$\frac{4}{10} < \frac{10}{20} < \frac{6}{10}$$

۱۱۹- گزینه «۳»

$$a > 1 \Rightarrow \frac{a}{a} < \frac{a}{1} \Rightarrow 1 < \frac{2a}{a+1} < a$$

۱۲۰- گزینه «۲»

۱۲۱- گزینه «۴»

۱۲۲- گزینه «۳»

$$\frac{n^2+n}{n-2} = \frac{n^2+n-6+6}{n-2} = \frac{(n-2)(n+3)+6}{n-2} = n+3 + \frac{6}{n-2}$$

برای این که مقدار کسر $\frac{n^2+n}{n-2}$ عدد صحیح شود باید مخرج کسر بر ۶ بخش پذیر باشد پس نتیجه می شود:

$$n = 1, 3, 4, 5, 8$$

۱۲۳- گزینه «۲»

$$k=6$$

$$\frac{\sqrt{3}+2}{3\sqrt{3}+6} = \frac{\sqrt{3}+2}{3(\sqrt{3}+2)} = \frac{1}{3}$$

۱۲۴- گزینه «۴»



۱۳۲- گزینه «۱»

$$|4\sqrt{2}-6|-|2-2\sqrt{2}|+|3-2\sqrt{2}|=|\underbrace{\sqrt{32}-6}_{\text{منفی}}|-|\underbrace{2-\sqrt{8}}_{\text{منفی}}|+|\underbrace{3-\sqrt{8}}_{\text{مثبت}}|$$

$$=-(\sqrt{32}-6)-(-(2-\sqrt{8}))+ (3-\sqrt{8})=-\sqrt{32}+6+2-\sqrt{8}+3-\sqrt{8}=-4\sqrt{2}+11-2\sqrt{2}-2\sqrt{2}=11-8\sqrt{2}$$

۱۳۳- گزینه «۲»

با توجه به این که $-1 < x < 0$ پس:

$$|\underbrace{2x-1}_{\text{منفی}}|+|\underbrace{2-x}_{\text{مثبت}}|=- (2x-1)+2-x=-2x+1+2-x=-3x+3$$

۱۳۴- گزینه «۴»

اگر $0 < x < y < 2$ باشد، داریم:

$$\frac{|y-x-2|+|y+x+2|}{|x-y|+|x-2|-|y+2|}=\frac{-y+x+2+y+x+2}{-x+y-x+2-y-2}=\frac{2x+4}{-2x}=-\frac{x+2}{x}$$

۱۳۵- گزینه «۴»

با توجه به این که $0 < a < b < 1$ ، می توان گفت:

$$|a-b-1|-|-2a|+|-a-b-1|=- (a-b-1)-(-(-2a))-(-a-b-1)=-a+b+1-2a+a+b+1=-2a+2b+2$$

۱۲۵- گزینه «۴»: گزینه ها را بررسی می کنیم:

$$۱) 2+\sqrt{1+2\sqrt{8}+8}=2+\sqrt{1+2\times 4}=2+\sqrt{9}=5\in\mathbb{Q}$$

$$۲) \left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^2=\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2=\frac{5}{9}\in\mathbb{Q}$$

$$۳) (\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})=5-2=3\in\mathbb{Q}$$

$$۴) (\sqrt{3}+1)^2\in\mathbb{Q}'$$

۱۲۶- گزینه «۴»

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2=(\sqrt{12})^2-(\sqrt{8})^2=12-8=4$$

۱۲۷- گزینه «۳»

۱۲۸- گزینه «۴»

اگر $\sqrt{x}$ گنگ باشد وقتی به توان ۲ برسد به گویا تبدیل می شود.

۱۲۹- گزینه «۴»

۱۳۰- گزینه «۳»

$$x=2k$$

$$y=2k+2$$

$$z=2(2k)^2+(2k+2)^2-3=16k^2+8k+1\Rightarrow (4k+1)^2\Rightarrow \sqrt{z}=4k+1$$

۱۳۱- گزینه «۴»

برای مثال مثلثی که اضلاع آن $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{50}$ و $\sqrt{50}$ باشد وجود دارد. دایره ای که شعاع آن $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ باشدمساحتش برابر ۱ است و مربعی که ضلع آن برابر عدد π باشد مساحتش گنگ است.