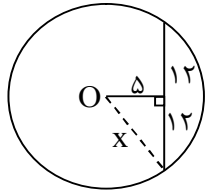


۱- گزینه «۱»

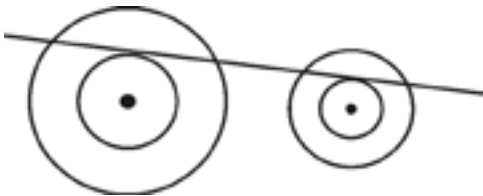


$$x^2 = 12^2 + 5^2$$

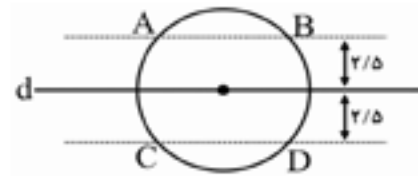
$$x^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow x = \sqrt{169} \Rightarrow x = 13$$

۲- گزینه «۴»

با توجه به شکل و نوشتن رابطه فیثاغورس مشخص می‌شود که خط خواسته شده بایستی به دایره‌های به مرکزهای دوایر قبلی و شعاع‌های $\sqrt{5}$ و $\sqrt{45}$ باشد و این دو دایره ۴ خط مماس مشترک دارند.

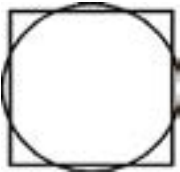


۳- گزینه «۴»



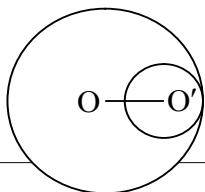
۴- گزینه «۲»

هر مستطیل ۴ ضلع دارد و هر ضلع آن دایره را حداکثر در ۲ نقطه قطع می‌کند پس حداکثر ۸ نقطه برخورد موجود است.



۵- گزینه «۲»

اگر دو دایره، مماس داخلی باشند طول خط‌المرکزین با تفاضل دو شعاع برابر است.



$$d = R - R'$$

$$5 = 7 - 2$$

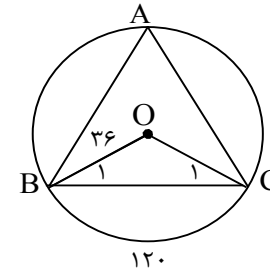
پاسخ تشریحی فصل دهم دایره

۶- گزینه «۴»

$$\widehat{O} = \widehat{BC} = 120^\circ$$

$$BO = CO \Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{C}_1 \Rightarrow \frac{180 - 120}{2} = 30$$

$$\begin{cases} \widehat{A} = \frac{BC}{2} = 60^\circ \\ \widehat{B}_1 + \widehat{B}_2 = 66^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{C}_2 = 180 - (60 + 66 + 30) = 24^\circ$$

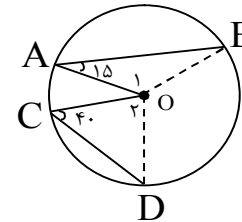


۷- گزینه «۲»

$$\widehat{O}_1 = 180^\circ - (15^\circ + 15^\circ) = 150^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 150^\circ$$

$$\widehat{O}_2 = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ) = 100^\circ \Rightarrow \widehat{CD} = 150^\circ$$

$$BD + AC = 360^\circ - (150^\circ + 100^\circ) = 110^\circ$$



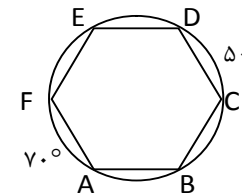
۸- گزینه «۴»

$$\widehat{B} + \widehat{E} = \frac{AF + FE + ED + DC}{2} + \frac{AF + AB + BC + CD}{2} \Rightarrow$$

$$\widehat{B} + \widehat{E} = \frac{70^\circ + FE + ED + 50^\circ}{2} + \frac{70^\circ + AB + BC + 50^\circ}{2} =$$

$$60 + 60 + \frac{FE + ED + AB + BC}{2} =$$

$$120^\circ + \frac{360^\circ - 120^\circ}{2} = 120^\circ + 120^\circ = 240^\circ$$

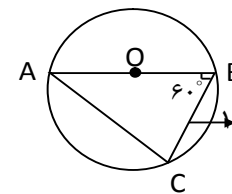


۹- گزینه «۳»

$$\widehat{BCA} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

$$\widehat{BAC} = 30^\circ \Rightarrow BC = \frac{1}{2} AB \Rightarrow 10 = \frac{1}{2} AB \Rightarrow AB = 20$$

$$\text{محیط دایره} = 20 \times 3 / 14 = 62 / 7$$



۱۰- گزینه «۴»

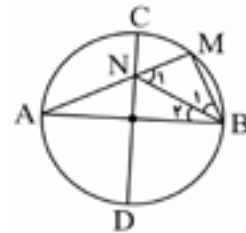
کمان‌ها مقابل زوایای محاطی با هم برابرند.

۱۱- گزینه «۲»

$$\begin{cases} \triangle MNB : MN = MB \Rightarrow \widehat{N}_1 = \widehat{B}_1 \\ \widehat{M} = \frac{1}{2} \widehat{AB} = \frac{2R}{2} \Rightarrow \widehat{M} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{B}_1 = 45^\circ$$

$$\widehat{A} = \widehat{B}_2 \Rightarrow \widehat{A} + \widehat{M} + \widehat{B}_1 + \widehat{B}_2 = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{A} + \widehat{A} + 90^\circ + 45^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 22.5^\circ$$



۱۲- گزینه «۴»

$$\begin{cases} \widehat{F} = \widehat{AOB} = 90^\circ \\ \widehat{A} = \widehat{A} \end{cases} \Rightarrow \triangle ACF \sim \triangle AOE \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{CF}{OE} = \frac{AF}{AO}$$

$$(AF)^2 = (AC)^2 - (CF)^2 \Rightarrow (AF)^2 = 10^2 - 6^2 \Rightarrow (AF)^2 = 100 - 36 \Rightarrow AF = \sqrt{64} = 8$$

$$\frac{CF}{OE} = \frac{AF}{AO} \Rightarrow \frac{6}{OE} = \frac{8}{5} \Rightarrow OE = \frac{6 \times 5}{8} = 3.75$$

$$BE = OB - OE \Rightarrow BE = 5 - 3.75 = 1.25$$

۱۳- گزینه «۲»

$$\widehat{D} = 60^\circ \Rightarrow \begin{cases} \widehat{CBE} = 2 \times 60^\circ = 120^\circ \\ \widehat{BC} = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{BE} = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

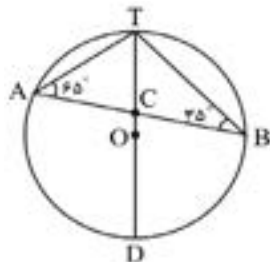
$$\widehat{A} = \frac{\widehat{BCD} - \widehat{BE}}{2} = \frac{70^\circ + 60^\circ - 60^\circ}{2} = 35^\circ$$

۱۴- گزینه «۱»

$$\widehat{TAB} = 65^\circ \Rightarrow \widehat{TB} = 130^\circ \Rightarrow \widehat{DB} = 50^\circ$$

$$\widehat{TBA} = 35^\circ \Rightarrow \widehat{TA} = 70^\circ$$

$$\widehat{C} = \frac{\widehat{AT} + \widehat{BD}}{2} = \frac{50^\circ + 70^\circ}{2} = 60^\circ$$



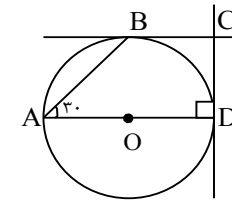
۱۵- گزینه «۱»

$$\widehat{B} = \frac{DC}{2} = \frac{140}{2} = 70^\circ$$

زاویه خارجی مثلث $\widehat{AEB} = \widehat{B} + \widehat{C} = 70^\circ + 60^\circ = 130^\circ$

۱۶- گزینه «۲»

شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است.



$$\widehat{D} = 90^\circ$$

$$\widehat{A} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{BD} = 60^\circ$$

$$B = \frac{\widehat{BDA}}{2} = \frac{60^\circ + 180^\circ}{2} = 120^\circ$$

اندازه زاویه ظلی (زاویه بین مماس و وتر) نصف کمان مقابل است. مجموع زاویه‌های داخلی چهار ضلعی ABCD مساوی 360° است.

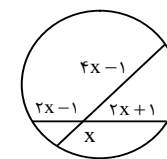
$$\widehat{C} = 360 - (30 + 90 + 120) = 120^\circ$$

۱۷- گزینه «۱»

$$\frac{(x+4) + (2x-1)}{2} = 90$$

$$x + 4 + 2x - 1 = 180$$

$$3x = 180 - 4 + 1 \Rightarrow 3x = 177 \Rightarrow x = \frac{177}{3} = 59$$



$$(2x+1)(2x-1) = x(4x-1)$$

$$4x^2 - 1 = 4x^2 - x \Rightarrow x = 1$$

۱۸- گزینه «۱»

۱۹- گزینه «۳»

$$\frac{2x + 3x}{2} = 180 - 5x \Rightarrow 5x = 360 - 10x \Rightarrow x = 24$$

$$\widehat{AMC} = 180 - (5 \times 24) = 180 - 120 = 60$$

۲۰- گزینه «۳»

راه حل اول: (برای اثبات)

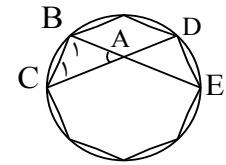
$$360^\circ \div 8 = 45^\circ$$

$$\widehat{B}_1 = \frac{4 \times 45^\circ}{2} = 90^\circ \text{ محاطی}$$

$$\widehat{C}_1 = \frac{2 \times 45^\circ}{2} = 45^\circ \text{ محاطی}$$

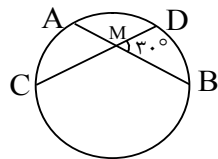
$$\widehat{A} = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$$

راه حل دوم: (روش تستی)



$$\widehat{A} = \frac{\widehat{BC} + \widehat{DE}}{2} \Rightarrow \widehat{A} = \frac{45^\circ + 45^\circ}{2} = 45^\circ$$

۲۱- گزینه «۲»



$$\frac{\widehat{AC} + \widehat{BD}}{2} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{AC} + \widehat{BD} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AD} + \widehat{BC} = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$$

$$\frac{3}{4} = \frac{BC}{300} \Rightarrow BC = \frac{3 \times 300}{4} = 225^\circ$$

مجموع نسبت‌ها $1+3=4$

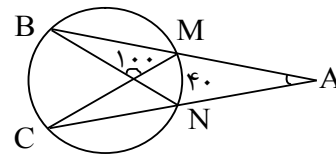
۲۲- گزینه «۳»

$$\widehat{B} = \frac{\widehat{MN}}{2} = 20$$

$$\widehat{M}_1 = 180 - (100 + 20) = 60$$

$$BC = 60 \times 2 = 120$$

$$\widehat{A} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{MN}}{2} = \frac{120 - 40}{2} = 40^\circ$$

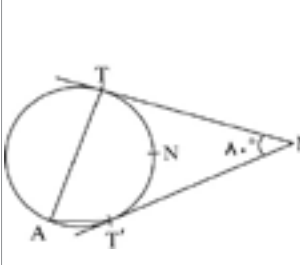


۲۳- گزینه «۲»

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{B} + \widehat{E} = 180^\circ \\ \widehat{B} = 120^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{E} = 60^\circ \text{ در چهار ضلعی BCDE}$$



۲۹- گزینه «۲»

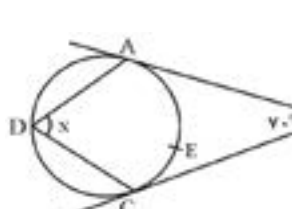


$$\widehat{M} = \frac{\widehat{TAT'} - \widehat{TNT'}}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{TAT'} - \widehat{TNT'} &= 160^\circ \\ \widehat{TAT'} + \widehat{TNT'} &= 360^\circ \end{aligned} \right\} \rightarrow 2\widehat{TNT'} = 360^\circ - 160^\circ = 200^\circ$$

$$\rightarrow \widehat{TNT'} = 100^\circ \rightarrow \widehat{A} = 50^\circ$$

۳۰- گزینه «۱»



$$\widehat{B} = \frac{\widehat{ADC} - \widehat{AEC}}{2} \rightarrow \widehat{ADC} - \widehat{AEC} = 140^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{ADC} + \widehat{AEC} &= 360^\circ \\ \widehat{ADC} - \widehat{AEC} &= 140^\circ \end{aligned} \right\} \rightarrow 2\widehat{AEC} = 360^\circ - 140^\circ = 220^\circ$$

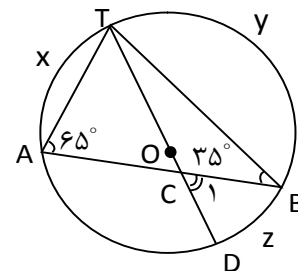
$$\rightarrow \widehat{AEC} = 110^\circ \rightarrow X = 55^\circ$$

۳۱- گزینه «۴»

$$\widehat{AOD} = 115 - 30 = 85^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = 85^\circ$$

$$\frac{\widehat{AD} + \widehat{BC}}{2} = 115^\circ \Rightarrow 85 + \widehat{BC} = 230^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 230 - 85 = 145^\circ$$

۳۲- گزینه «۱»



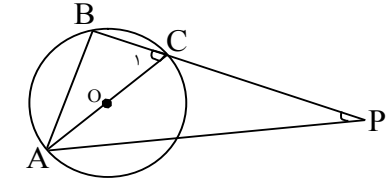
$$\begin{cases} AT = x \\ TB = y \\ BD = z \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{A} = 65^\circ \Rightarrow y = 130^\circ \\ \widehat{B} = 35^\circ \Rightarrow x = 70^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow z = 50^\circ$$

$$\widehat{C} = \frac{x + z}{2} = \frac{70 + 50}{2} = 60^\circ$$

$$\widehat{C} = \frac{x + z}{2} = \frac{70 + 50}{2} = 60^\circ$$

۲۴- گزینه «۱»

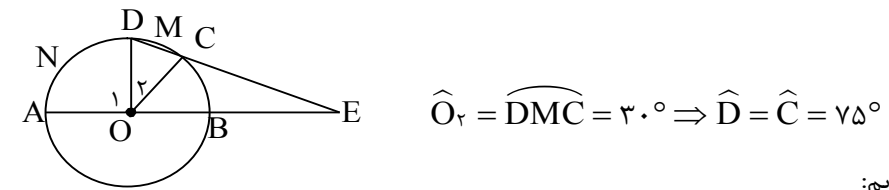


$$AC = CP \Rightarrow \widehat{CAP} = \widehat{P} = 23^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{C} = \widehat{CAP} + \widehat{P} = 23^\circ + 23^\circ = 46^\circ$$

$$\widehat{AB} = 2\widehat{C} = 2 \times 46^\circ = 92^\circ$$

۲۵- گزینه «۳»



در مثلث ODE داریم:

$$(\text{زاویه خارجی}) = \widehat{O}_1 = \widehat{D} + \widehat{E}$$

$$\widehat{AND} = \widehat{O}_1 = 30^\circ + 75^\circ = 105^\circ$$

۲۶- گزینه «۳»

$$BC = 120^\circ$$

$$BD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow \widehat{A} = \frac{BC - BD}{2} = \frac{120 - 60}{2} = 30^\circ$$

۲۷- گزینه «۲»

$$\begin{cases} AB = x & 3x + y = 360^\circ \\ AD = y & \frac{x - y}{2} = 40^\circ \end{cases} \Rightarrow y = 30^\circ \Rightarrow AD = 30^\circ \Rightarrow \widehat{ACD} = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$$

۲۸- گزینه «۴»

راه حل اول: (برای اثبات)

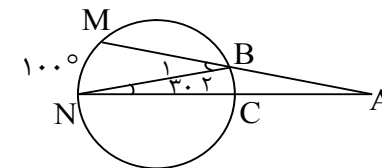
$$\widehat{B}_1 = \frac{MN}{2} = \frac{100}{2} = 50^\circ$$

$$\widehat{B}_1 = \widehat{A} + \widehat{N} \Rightarrow \widehat{A} = 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ$$

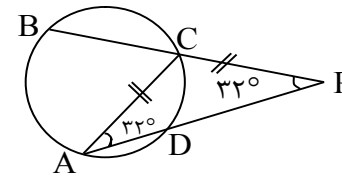
راه حل دوم: (روش تستی)

$$\widehat{A} = \frac{\widehat{MN} - \widehat{BC}}{2}$$

$$\widehat{A} = \frac{100^\circ - 60^\circ}{2} = 20^\circ$$



۳۳- گزینه «۱»



$$\widehat{CD} = 2 \times 32 = 64$$

$$\hat{P} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2} \Rightarrow 32 = \frac{\widehat{AB} - 64}{2} \Rightarrow \widehat{AB} = 128^\circ$$

۳۴- گزینه «۱»

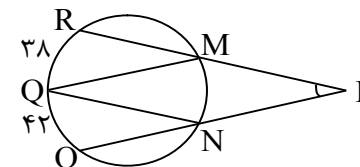
$$\frac{t+z}{2} = 110^\circ \Rightarrow t+z = 220^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\widehat{AP} + \widehat{BQ}}{2} = 70^\circ &\Rightarrow \widehat{AP} + \widehat{BQ} = 140^\circ \\ \widehat{N} = 62^\circ &= \frac{\widehat{AP} + \widehat{BQ} + t - z}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow t - z = -16^\circ$$

$$\Rightarrow t = 102^\circ, z = 118^\circ \Rightarrow 2t - z = 86^\circ$$

۳۵- گزینه «۳»

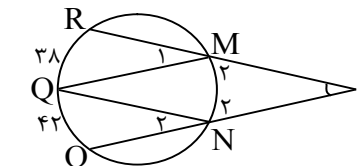
راه حل اول:



$$\hat{P} = \frac{180 - \widehat{MN}}{2}$$

$$\hat{Q} = \frac{\widehat{MN}}{2} \Rightarrow \hat{P} = \frac{180}{2} - \hat{Q} \Rightarrow \hat{P} + \hat{Q} = 90^\circ$$

راه حل دوم:



$$\widehat{M}_1 = \frac{\widehat{RQ}}{2} = \frac{38}{2} = 19 \Rightarrow \widehat{M}_2 = 180 - 19 = 161$$

$$\widehat{N}_1 = \frac{\widehat{QO}}{2} = \frac{42}{2} = 21 \Rightarrow \widehat{N}_2 = 180 - 21 = 159$$

مجموع زاویه‌های چهار ضلعی PQMN برابر است با 360°

$$\hat{P} + \hat{Q} = 360 - (161 + 159) = 40^\circ$$

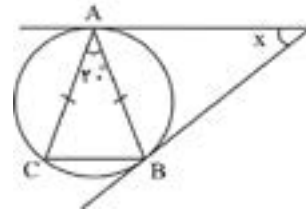
۳۶- گزینه «۱»

$$\left. \begin{aligned} \widehat{A} = 20^\circ \\ \widehat{AB} = \widehat{AC} \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2\widehat{B} + 20^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{B} = 80^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = 160^\circ$$

$$\widehat{A} = 20^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 40^\circ$$

$$\widehat{B} = 80^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 80^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 160^\circ$$

$$x = \frac{\widehat{ACB} - \widehat{AB}}{2} = \frac{20^\circ - 160^\circ}{2} = 20^\circ$$

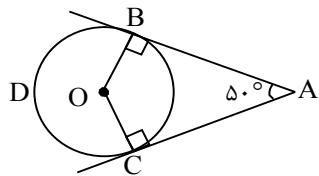


۳۷- گزینه «۲»

شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است:

$$\widehat{O} = 360 - (90 + 90 + 50) = 130 \Rightarrow \widehat{BC} = 130^\circ$$

$$BDC = 360 - 130 = 230^\circ$$

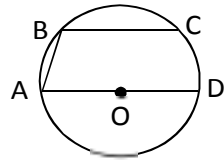


۳۸- گزینه «۳»

$$\widehat{AB} + \widehat{CD} = 180 - 50 = 130^\circ$$

$$BC \parallel AD \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD} \Rightarrow \widehat{CD} = \frac{130}{2} = 65^\circ$$

$$\widehat{B} = \frac{65 + 180}{2} = 122.5^\circ$$



۳۹- گزینه «۴»

$$4 = 3 + 1$$

$$\frac{180}{4} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 45^\circ$$

مجموع دو زاویه محاطی روبه‌رو 180° است.

۴۰- گزینه «۲»

شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است.
در مثلث قائم الزاویه ضلع روبه روی زاویه 30° نصف وتر است.

$$\widehat{A} = 90^\circ$$

$$AO = \frac{1}{2} OC \Rightarrow \widehat{C} = 30^\circ$$

$$\widehat{O} = 180 - (90 + 30) = 60^\circ \Rightarrow AB = \widehat{O} = 60^\circ$$

۴۱- گزینه «۴»

شعاع $DB = \frac{OC}{2}$ میانه وارد بر وتر و $\triangle ODC$ قائم الزاویه

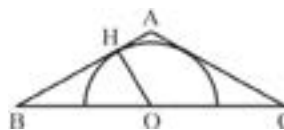
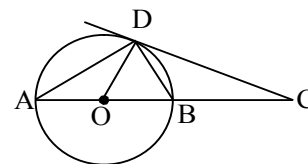
$$\widehat{ADB} = 90^\circ \text{ محاطی}$$

$$\triangle ADB : AD^2 = AB^2 - BD^2 \Rightarrow$$

$$AD^2 = (2R)^2 - R^2 = 3R^2 \Rightarrow AD = \sqrt{3}R$$

۴۲- گزینه «۲»

با توجه به فرض طول OH برابر ۵، زاویه BOH برابر 30° است. از آنجایی که ضلع روبه رو به زاویه 30° نصف وتر است پس $BO = 10$. به همین ترتیب $OC = 10$. بنابراین:
 $BC = BO + OC = 20$.



۴۳- گزینه «۳»

$$\left. \begin{aligned} 2X + 2Y + 2Z &= 6 + 8 + 9 = 23 \Rightarrow x + y + z = 11/5 \\ y + z &= 6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = 5/5$$



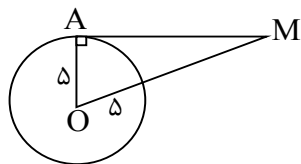
۴۴- گزینه «۴»

$$OH = 5, \frac{AO}{OH} = 2 \Rightarrow AO = 10 \Rightarrow AH = 15$$

از طرفی ارتفاع مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a برابر با $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ است، پس:

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} = 15 \Rightarrow a = 10\sqrt{3} \Rightarrow \text{محیط} = 3a = 30\sqrt{3}$$

۴۵- گزینه «۴»



$$OA = R = 5$$

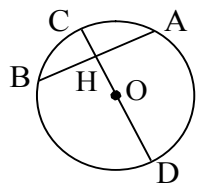
$$OM = 8 + 5 = 13$$

$$AM^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 \Rightarrow AM = 12$$

۴۶- گزینه «۲»

$$AH \times BH = CH \times DH \Rightarrow 3 \times 2 = 1 \times DH \Rightarrow DH = 6$$

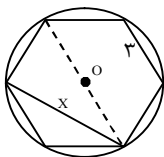
$$\text{شعاع } R = \frac{CH + DH}{2} = \frac{1 + 6}{2} = 3/5$$



۴۷- گزینه «۱»

قطر دایره با قطر شش ضلعی منتظم برابر است و اندازه هر ضلع شش ضلعی با شعاع دایره برابر است در نتیجه قطر دایره ۶ سانتی متر می باشد و زاویه محاطی روبه روی قطر دایره قائمه می باشد پس طبق رابطه فیثاغورس داریم:

$$x = \sqrt{6^2 - 3^2} \Rightarrow x = \sqrt{36 - 9} \Rightarrow x = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

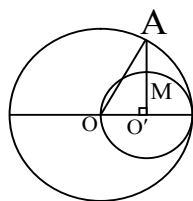


۴۸- گزینه «۳»

$$\text{شعاع دایره کوچک} = \frac{6\sqrt{3}K}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$\triangle OAO' \Rightarrow (O'A)^2 = (6\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{3})^2 = 108 - 27 = 81$$

$$O'A = \sqrt{81} = 9 \Rightarrow AM = 9 - 3\sqrt{3} = 3(3 - \sqrt{3})$$



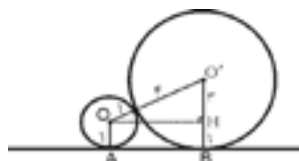
۴۹- گزینه «۲»

$$OO' = 5 \quad O'H = 3$$

$$\widehat{H} = 90^\circ \rightarrow OO'^2 = O'H^2 + OH^2$$

$$\rightarrow 5^2 = 3^2 + OH^2 \rightarrow OH = 4$$

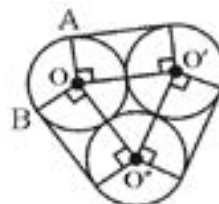
$$\rightarrow AB = 4$$



۵۰- گزینه «۴»

$$\widehat{AOB} = 120^\circ \rightarrow OO'O'' \text{ مثلث متساوی الاضلاع}$$

$$\text{طول نخ} = 3 \times \frac{2\pi}{3} + 6 = 6 + 2\pi$$



۵۱- گزینه «۳»

$$r^2 + r^2 = (1-r)^2 \rightarrow 2r^2 = r^2 - 2r + 1 \rightarrow r^2 + 2r - 1 = 0$$

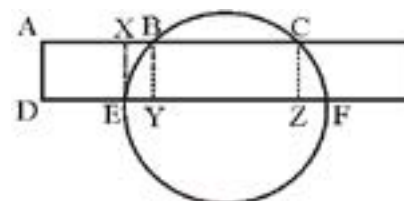
$$\rightarrow r^2 + 2r + 1 = 2 \rightarrow (r+1)^2 = 2 \rightarrow r+1 = \sqrt{2} \rightarrow r = \sqrt{2} - 1$$



۵۲- گزینه «۲»

با توجه به تقارن دایره وقتی DE از AB یک واحد کمتر است یعنی $EY = 1$.

همچنین $ZF = 1$ پس $EF = 7$.



۵۳- گزینه «۳»

در هر دایره نسبت محیط دایره به قطر آن مساوی π است.

۵۴- گزینه «۱»

$$d = \text{قطر}$$

$$(d + \pi)\pi = d\pi + p \Rightarrow d\pi + \pi^2 = d\pi + p \Rightarrow \pi^2 = p$$

۵۵- گزینه «۴»

$$2R - 2R' = \frac{5}{\pi} \Rightarrow R - R' = \frac{5}{2\pi}$$

$$2R\pi - 2R'\pi = 5$$

۵۶- گزینه «۲»

مورچه دقیقاً $\frac{1}{3}$ محیط دایره را پیموده است. محیط دایره برابر $31 \simeq 10\pi$ متر می باشد. لذا او حدود ۳ متر راه رفته است.

۵۷- گزینه «۲»

$$\pi \simeq 3$$

$$\text{محیط دایره داخلی} = 2\pi R \simeq 6R$$

$$\text{محیط دایره بیرونی} = 2\pi(R+10) \simeq 6R + 60$$

$$6R + 60 - 6R = 60$$

۵۸- گزینه «۳»

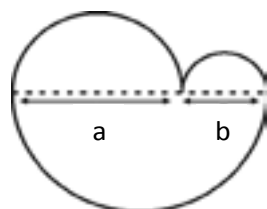
$$a + b = 2\left(\frac{4}{\pi}\right) \text{ می دانیم}$$

حال محیط سه نیم دایره را با هم جمع می کنیم.

$$\text{محیط کل} = \frac{1}{2} 2\pi\left(\frac{4}{\pi}\right) + \frac{1}{2} 2\pi\left(\frac{a}{2}\right) + \frac{1}{2} 2\pi\left(\frac{b}{2}\right)$$

$$= 4 + \frac{\pi a}{2} + \frac{\pi b}{2}$$

$$= 4 + \frac{\pi(a+b)}{2} = 4 + \frac{\pi(2 \times \frac{4}{\pi})}{2} = 8$$



۵۹- گزینه «۴»

محیط این شکل از ۲ پاره خط و قسمتی از محیط یک دایره ساخته شده است. طول هر یک از این

پاره خطها به اندازه شعاع دایره یعنی ۱ است و آن بخشی از دایره، در حقیقت $\frac{5}{6} = \frac{300}{360}$ محیط دایره

است و محیط دایره برابر با 2π است پس:

$$\text{محیط شکل} = 2 + \frac{5}{6}(2\pi) = \frac{5}{3}\pi + 2$$

۶۰- گزینه «۱»

با توجه به شکل:

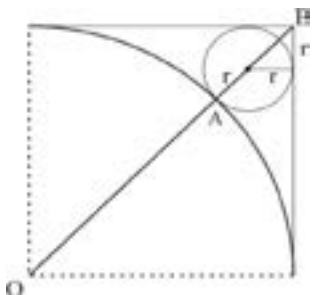
$$AB = r + \sqrt{2}r = r(1 + \sqrt{2})$$

از طرفی:

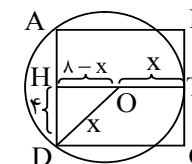
$$AB = OB - OA = 6\sqrt{2} - 6 = 6(\sqrt{2} - 1)$$

بنابراین:

$$r(1 + \sqrt{2}) = 6(\sqrt{2} - 1) \Rightarrow r = \frac{6(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} + 1}$$



۶۱- گزینه «۲»

رابطه فیثاغورس: $OD^2 = OH^2 + HD^2$

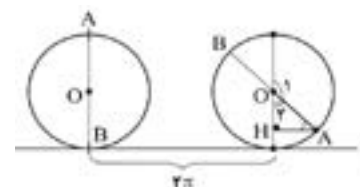
$$\triangle OHD \Rightarrow x^2 = (4-x)^2 + 4^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 64 + x^2 - 16x + 16 \Rightarrow 16x = 180$$

$$\Rightarrow x = \frac{180}{16} = 11.25$$

شعاع دایره برابر ۵ است پس باقی‌مانده شعاع بر عدد ۴ برابر ۱ می‌باشد.

۶۲- گزینه «۲»



$$\text{محیط دایره} = 2\pi r$$

$$\text{محیط دایره} = 2\pi \times 3 = 6\pi$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{O_1} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{O_2} = 60^\circ \\ \widehat{OAH} : \widehat{H} = 90^\circ \end{aligned} \right\} \widehat{A} = 30^\circ \rightarrow OH = \frac{OA}{2}$$

$$\rightarrow OH = 1/5 \rightarrow d \text{ از نقطه } A \text{ فاصله نقطه } A = 3 - 1/5 = 14/5$$

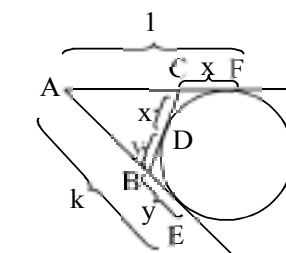
۶۳- گزینه «۲»

مطابق شکل نزدیک‌ترین حالت زمانی است که این دو نفر در نقطه‌های B و C باشند که فاصله آن از ۷۰ m به اندازه ۴۰ متر کمتر است. همچنین بیش‌ترین فاصله برابر حالتی است که دو نفر در A و D باشند که فاصله‌شان از ۷۰ به اندازه ۴۰ متر بیش‌تر می‌باشد.

۶۴- گزینه «۱»

اگر شعاع دایره‌ای را m برابر کنیم مساحت m^2 و محیط آن m برابر می‌شود.

۶۵- گزینه «۴»



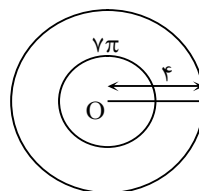
$$\triangle ABC \text{ محیط} = AC + BC + AB$$

$$= (I-x) + (x+y) + (k-y)$$

اگر $I+k$ ثابت باشد نتیجه می‌گیریم محیط ثابت است.

$$D \rightarrow F \Rightarrow S_{\triangle ABC} \rightarrow 0 \Rightarrow ABC \text{ مساحت متغیر است}$$

۶۶- گزینه «۲»



$$S = 16\pi \text{ دایره بزرگ}$$

$$S = 16\pi - 7\pi = 9\pi \Rightarrow r^2 = \frac{9\pi}{\pi} = 9 \Rightarrow r = \sqrt{9} = 3$$

۶۷- گزینه «۲»

قد دایره، مربع و مثلث به ترتیب قطر دایره، ضلع مربع و ارتفاع مثلث محسوب می‌شود:

$$A = \text{قطر دایره} = \sqrt{\frac{49}{\pi}} = \frac{7}{\sqrt{\pi}}$$

۶۸- گزینه «۲»

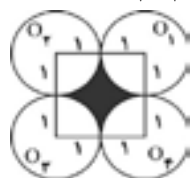
$$\frac{1}{4} S = \frac{4 \times 4 \times 3 / 14}{4} = 12 / 56 \text{ دایره}$$

$$S = \frac{6 \times 6}{2} = 18 \text{ مثلث}$$

$$S = \frac{18 - 12 / 56}{2} = 2 / 72 \text{ هاشوخورده}$$

۶۹- گزینه «۲»

مرکز دایره‌ها را مطابق شکل روبه‌رو به هم وصل می‌کنیم.

مساحت چهار ربع دایره که شعاع هر کدام ۱ واحد است - مساحت مربع $O_1 O_2 O_3 O_4$ = مساحت ناحیه رنگی

$$\text{مساحت ناحیه رنگی} = 4 - 4 \times \frac{\pi \times 1^2}{4} = 4 - \pi$$

۷۰- گزینه «۱»

$$5^2 \times \pi = 25\pi \text{ مساحت دایره بزرگ}$$

$$4^2 \times \pi = 16\pi \text{ مساحت دایره متوسط}$$

$$1^2 \times \pi = \pi \text{ مساحت دایره کوچک}$$

$$16\pi + \pi = 17\pi \text{ مجموع مساحت دایره متوسط و کوچک}$$

۷۱- گزینه «۱»

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{H} = 90^\circ \\ \widehat{B}_1 = 30^\circ \end{array} \right\} OH = \frac{BO}{2} \rightarrow OH = \frac{R}{2}$$

$$\widehat{H} = 90^\circ \rightarrow OB^2 = OH^2 + BH^2 \rightarrow R^2 = \left(\frac{R}{2}\right)^2 + BH^2$$

$$\rightarrow BH^2 = \frac{3}{4}R^2 \rightarrow BH = \frac{\sqrt{3}}{2}R \rightarrow BC = \sqrt{3}R$$

$$\text{مساحت ناحیه هاشورخورده} = S_{\triangle ABC} = \frac{AH \times BC}{2}$$

$$\text{مساحت ناحیه هاشورخورده} = \frac{3}{2}R \times \sqrt{3}R \times \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}R^2$$

$$\text{مساحت ناحیه سفید} = \pi R^2 - \frac{3\sqrt{3}}{4}R^2$$

$$\pi > 3 \rightarrow \frac{2}{3}\pi > 2 \rightarrow \frac{2}{3}\pi > \sqrt{3} \rightarrow \pi > \frac{3\sqrt{3}}{2} \rightarrow \pi R^2 > \frac{3\sqrt{3}}{2}R^2 \rightarrow \pi R^2 - \frac{3\sqrt{3}}{4}R^2 > \frac{3\sqrt{3}}{4}R^2$$



۷۲- گزینه «۳»

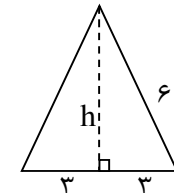
هر زاویه مثلث ۶۰ درجه است و هر قطاع $\frac{1}{6}$ دایره می باشد و سه تا قطاع برابر با مساحت نصف دایره است.

$$\text{نیم دایره} S = \frac{3 \times 3 \times 3 / 14}{2} = 14 / 13$$

$$h^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27 \Rightarrow h = \sqrt{27} \cong 5 / 1$$

$$S = \frac{6 \times 5 / 1}{2} = 15 / 3$$

$$\text{هاشورخورده} S = 15 / 3 - 14 / 13 = 1 / 17$$



۷۳- گزینه «۲»

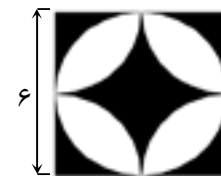
$$\text{مربع} S = 6 \times 6 = 36$$

$$\text{دایره} S = 3 \times 3 \times 3 / 14 = 25 / 26$$

$$\text{حاشیه رنگی} S = 36 - 28 / 26 = 7 / 74$$

$$\text{رنگی وسط} S = 36 - 28 / 26 = 7 / 74$$

$$\text{هاشورخورده} S = 7 / 74 + 7 / 74 = 15 / 48$$

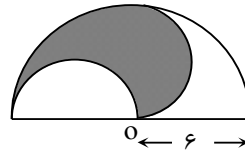


۷۴- گزینه «۳»

اگر نیم دایره هاشورخورده خارج شده از شعاع مرکزی دایره را در جای سفید داخلی قرار دهیم مساحت قسمت هاشورخورده برابر است با نصف مساحت نیم دایره یا $\frac{1}{4}$ مساحت دایره

$$\text{مساحت دایره} = 36\pi$$

$$\text{مساحت هاشورخورده} = \frac{36\pi}{4} = 9\pi$$



۷۵- گزینه «۴»

وقتی هر دایره از مرکز دیگری عبور می کند یعنی فاصله مرکزهای دایره ها به اندازه شعاع آن ها است پس ABC مثلثی متساوی الاضلاع است به ضلع ۳. پس مساحت آن برابر است با:

$$S = \frac{3 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times 3\right)}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

۷۶- گزینه «۴»

طول قطر AC به راحتی قابل محاسبه است.

$$AH = \sqrt{100 - 25} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

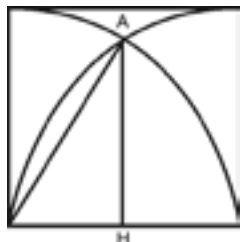
پس داریم:

$$AC = AH - CH$$

$$= 5\sqrt{3} - (10 - 5\sqrt{3}) = 10\sqrt{3} - 10 = 10(\sqrt{3} - 1)$$

لذا:

$$S_{ABCD} = \frac{AC^2}{2} = \frac{100 \cdot (\sqrt{3} - 1)^2}{2} = 50(\sqrt{3} - 1)^2$$



۷۷- گزینه «۱»

مطابق شکل شعاع دایره دیده شده برابر است با OA که طول آن برابر است با:

$$OA = \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26}$$

$$S = \pi r^2 = 26\pi$$

پس مساحت دایره برابر است با:

