



پاسخ تشریحی فصل اول
مجموعه

۱- گزینه «۳»

موارد الف، پ، ث، ج تشکیل مجموعه می‌دهند.

۲- گزینه «۴»

۳- گزینه «۴»

۴- گزینه «۱»

۵- گزینه «۳»

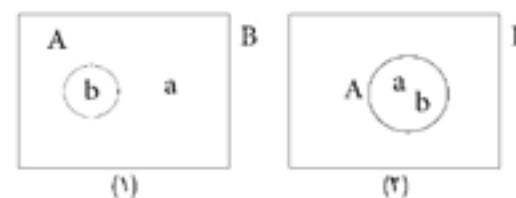
۶- گزینه «۴»

گزینه ۱: $A \in B$ ولی $A \subseteq B$ گزینه ۲: $A \subseteq B$ ولی $A \notin B$ گزینه ۳: $A \in B$ ولی $A \not\subseteq B$

۷- گزینه «۴»

با توجه به شکل (۱): $a \notin A$ با توجه به شکل (۲): $a \in A$ با توجه به شکل (۱) و (۲): $b \in B$

۸- گزینه «۱»



$$\begin{cases} x-1=5 \Rightarrow x=6 \\ x-y=3 \Rightarrow 6-y=3 \Rightarrow y=3 \end{cases}$$

۹- گزینه «۳»

$$y^2=1 \Rightarrow y=\pm 1 \Rightarrow \begin{cases} y=1 \Rightarrow x=1 \Rightarrow A=\{1\}, B=\{1\} \\ y=-1 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow A=\{-1, 1\}, B=\{-1, 1\} \end{cases}$$

طبق آن چه نوشته شد x می‌تواند دو مقدار یعنی ۱ و -۱ را داشته باشد تا $A=B$ شود.

۱۰- گزینه «۲»

$$\begin{cases} 2x-5=a \\ 25-3x=a \end{cases} \Rightarrow 2x-5=25-3x \Rightarrow x=6 \Rightarrow a=2 \times 6-5=7$$

۱۱- گزینه «۴»

$$\begin{aligned} n(A) &= 3 \\ \Rightarrow n(p(A)) &= 2^3 = 8 \\ \Rightarrow n(p(A) - \emptyset) &= 8 \\ \Rightarrow n(p(p(A) - \emptyset)) &= 2^8 = 256 \end{aligned}$$

۱۲- گزینه «۳»

$$4-5 < \sqrt{19}-5 < 5-5 \Rightarrow -1 < \sqrt{19}-5 < 0$$

۱۳- گزینه «۱»

۱۴- گزینه «۳»

$$\{(-2)^x \mid x \in \mathbb{N}\} = \{-2, 4, -8, 16, \dots\}$$

چون (-2) داخل پرانتز قرار دارد در توان‌های فرد، منفی و در توان‌های زوج، به مثبت تبدیل می‌شود.

۱۵- گزینه «۴»

۱۶- گزینه «۲»

برای $n=1 \leftarrow$ گزینه ۱ و ۲ عدد $\frac{1}{4}$ جواب دارد.برای $n=2 \leftarrow$ گزینه ۲ و ۴ عدد صفر جواب دارد.برای $n=3 \leftarrow$ گزینه ۲ عدد $\frac{1}{4}$ جواب دارد.

۱۷- گزینه «۴»

$$\left\{ \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}, \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}, \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}, \dots \right\}$$



۱۸- گزینه «۲»

$$x = -1 \Rightarrow \frac{x^2}{2} = \frac{1}{2} \notin \mathbb{N}$$

$$x = -\frac{2}{5} \Rightarrow \frac{2}{25} \notin \mathbb{N}$$

$$x = 0 \Rightarrow \frac{0}{2} = 0 \notin \mathbb{N}$$

$$x = 1 \quad \times$$

$$x = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{2}{2} = 1 \in \mathbb{N} \quad \text{جواب}$$

$$x = \sqrt{3} \quad \times$$

$$x = 2 \Rightarrow \frac{4}{2} = 2 \in \mathbb{N} \quad \text{جواب}$$

۱۹- گزینه «۱»

مجموعه A فقط یک عضو دارد زیرا عدد یک به هر توانی برسد مساوی یک است.

$$A = \{9\}$$

۲۰- گزینه «۱»

فقط عدد ۱ صدق می کند.

۲۱- گزینه «۱»

$$A = \left\{ \frac{6}{3}, \frac{9}{3}, \frac{12}{3}, \frac{15}{3}, \frac{18}{3} \right\}$$

۲۲- گزینه «۴»

۲۳- گزینه «۱»

$$m = 2 \Rightarrow \frac{m}{2} = 1 \in \mathbb{N}, \quad \frac{2m+1}{3} = \frac{2(2)+1}{3} = \frac{5}{3}$$

$$m = 4 \Rightarrow \frac{m}{2} = 2 \in \mathbb{N}, \quad \frac{2m+1}{3} = \frac{2(4)+1}{3} = 3$$

۲۴- گزینه «۱»

$$2^1 + 1^2 = 3 \quad \text{اول}$$

$$2^2 + 2^2 = 8$$

$$2^3 + 3^2 = 8 + 9 = 17 \quad \text{اول}$$

$$2^4 + 4^2 = 16 + 16 = 32$$

۲۵- گزینه «۴»

داریم:

$$B = \{1^2, 2^2, 3^2, \dots, 37^2\}$$

$$C = \{\sqrt{1391}, \sqrt{1390}, \sqrt{1389}, \dots, \sqrt{2}, \sqrt{1}, -\sqrt{1}, -\sqrt{2}, \dots, -\sqrt{1391}\}$$

مشاهده می شود که مجموعه B شامل ۳۷ و C شامل $2 \times 1391 = 2782$ عنصر می باشد.

۲۶- گزینه «۲»

$$x = 1, 4 \Rightarrow A = \{2^1 + 3^1, 2^4 + 3^4\} = \{5, 97\}$$

۲۷- گزینه «۳»

$$2a - 3 = b \Rightarrow 2a - b = 3 \Rightarrow A = \{2^3\} = \{8\}$$

۲۸- گزینه «۲»

$$\frac{3^{a+1}}{9^{2b}} = \frac{3^{a+1}}{(3^2)^{2b}} = \frac{3^{a+1}}{3^{4b}} = 3^{a+1-4b}$$

$$\Rightarrow \frac{3^{a+1}}{9^{2b}} = 3^{-2+1} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

$$4b - a = 2 \Rightarrow -4b + a = -2 \Rightarrow a - 4b = -2$$

۲۹- گزینه «۲»

$$2 = \text{تعداد اعضا}$$

$$2^2 = 4 = \text{تعداد زیر مجموعه}$$

۳۰- گزینه «۳»

مجموعه $\{\Delta, D, O\}$ دارای ۷ زیر مجموعه غیرتهی است.

$$2^n - 1 = 2^3 - 1 = 7$$

۳۱- گزینه «۴»

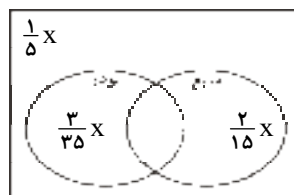
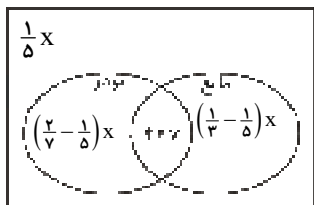
$$2^n = 32 = 2^5 \Rightarrow n = 5$$

۳۲- گزینه «۲»

$$\frac{2^{n-1}}{2^n} = \frac{1}{2}$$



۳۹- گزینه «۲»



$$\frac{3}{35}x + \frac{2}{15}x + \frac{1}{5}x + 427 = x \rightarrow x - \frac{(9+14+21)}{105}x = 427 \rightarrow \frac{61}{105}x = 427 \rightarrow x = 735$$

۴۰- گزینه «۲»

۴۱- گزینه «۲»

۴۲- گزینه «۱»

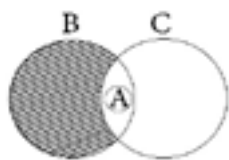
$A = \{0\}$ و $B = \{\sqrt{2}, \sqrt{3}\}$ که تنها گزینه ۱ درست است.

۴۳- گزینه «۴»

$$\left. \begin{matrix} A \subseteq B \\ A \subseteq C \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \subseteq (B \cap C)$$

با توجه به نتیجه به دست آمده و نمودار رسم شده زیر می توان نتیجه گرفت:

$$A \cap (B - C) = \emptyset$$



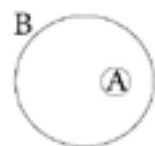
$$\left. \begin{matrix} A \subseteq B \Rightarrow A - B = \emptyset \\ C \subseteq A \Rightarrow C - A = \emptyset \end{matrix} \right\} \Rightarrow \emptyset \cap \emptyset = \emptyset$$

۴۴- گزینه «۲»

۴۵- گزینه «۱»

با توجه به نمودار و ن روبه رو می توان گفت:

$$A \cup (B - A) = B \Rightarrow A \subseteq B$$



۳۳- گزینه «۴»

$$2^{n+2} = 2^n + 384 \Rightarrow 2^n \times 4 = 2^n + 384 \Rightarrow 2^n \times 4 - 2^n = 384 \Rightarrow 2^n(4-1) = 384$$

$$\Rightarrow 2^n = \frac{384}{3} = 128 \Rightarrow n = 7$$

۳۴- گزینه «۲»

$$2^{n+2} = 2^n + 48$$

$$2^n \times 2^2 = 2^n + 48$$

$$4 \times 2^n = 2^n + 48 \Rightarrow 4 \times 2^n - 2^n = 48 \Rightarrow 2^n(4-1) = 48 \Rightarrow 2^n \times 3 = 48$$

$$\Rightarrow 2^n = \frac{48}{3} = 16 \Rightarrow 2^n = 2^4 \Rightarrow n = 4$$

۳۵- گزینه «۱»

$$\frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1} = 10$$

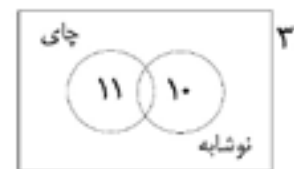
۳۶- گزینه «۴»

چون B زیر مجموعه ای از C است و با A دو عضو مشترک دارد به طور حتم B بایستی شامل دو عضو a و b باشد. پس B یک زیر مجموعه ای دلخواه از $\{d, e, f\}$ است که عضوهای a و b را به آن اضافه می کنیم. از آن جایی که مجموعه سه عضوی $\{d, e, f\}$ دارای ۸ زیر مجموعه است پس برای B، ۸ مجموعه می توان در نظر گرفت.

۳۷- گزینه «۳»

$$2^{2n-1} = 32 = 2^5 \Rightarrow 2n-1 = 5 \Rightarrow 2n = 6 \Rightarrow n = 3 \quad 2n-1 = 2(3)-1 = 5$$

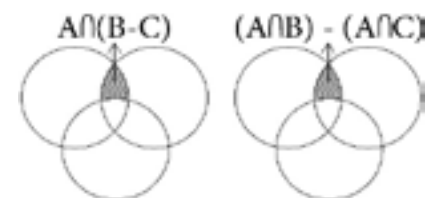
۳۸- گزینه «۱»



با توجه به نمودار مقابل تعداد $2 = (11+7+10) - 30$ نفر نه چای و نه نوشابه خورده اند.



۴۶- گزینه «۳»



$$A \cap (B - C) \\ (A \cap B) - (A \cap C)$$

با توجه به نمودار و ن می تون گفت گزینه ۳ درست است.

۴۷- گزینه «۴»

 $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$ است، بنابراین می توان نوشت:

$$[\underbrace{(A - B) - (B - A)}_{A - B}] \cap [\underbrace{(B - A) - (A - B)}_{B - A}] = (A - B) \cap (B - A) = \emptyset$$

۴۸- گزینه «۳»

$$(A \cap B) \subseteq A \Rightarrow (A \cap B) - A = \emptyset$$

پس:

$$[\underbrace{(A \cap B) - A}_{\emptyset}] - [(A \cup B) - (A \cap B)] = \emptyset$$

۴۹- گزینه «۴»

در گزینه ۴ باید نوشته می شد:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

۵۰- گزینه «۲»

$$A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup A') = (A \cup B) \cap M = A \cup B = B$$

۵۱- گزینه «۳»

$$(A \cap B) \cap (A \cap B') = (A \cap A) \cap (B \cap B') = A \cap \emptyset = \emptyset$$

۵۲- گزینه «۳»

گزینه ۳ نادرست است زیرا:

$$(B \cap B') \cup (A \cup A') = \emptyset \cup M = M$$

۵۳- گزینه «۱»

$$[(B - A)' - A]' = [(B \cap A') \cap A']' = [(A \cup B') \cap A']' = (A' \cap B')' = A \cup B$$