



۱- گزینه «۴»

تعداد نقاط تقاطع $4 \times 5 = 20$

هر نقطه از چهار جهت تشکیل نیم خط می دهد.

بنابراین تعداد کل نیم خطها برابر است با:

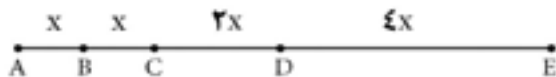
$$20 \times 4 = 80$$

۲- گزینه «۳»

ابتدا سه نقطه و پاره خطهای بین آنها را رسم می کنیم، یک مثلث به وجود می آید. نقطه چهارم را چه در داخل و یا خارج مثلث در نظر گرفته، صفحه به چهار ناحیه تقسیم می شود که هر ناحیه فقط سه رأس از چهار تا را می بیند بنابراین تعداد پاره خطهای غیر متقاطع ۹ عدد می باشد.



۳- گزینه «۱»



با توجه به شکل طول همه پاره خطها برابر است با:

$$\begin{aligned} & \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} + \overline{AE} + \overline{BC} + \overline{BD} + \overline{BE} + \overline{CD} + \overline{CE} + \overline{DE} \\ &= x + 2x + 4x + 8x + x + 3x + 7x + 2x + 6x + 4x = 38x \\ &= 38 \times 2 = 76 \end{aligned}$$

۴- گزینه «۳»



$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \times \frac{\overline{BC}}{\overline{CD}} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{5}{24}$$

از آن جا که $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}$ پس:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{AB} + \overline{BC}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} + \frac{\overline{BC}}{\overline{CD}} = \frac{5}{24} + \frac{5}{8} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

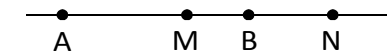
فصل هفتم

پاسخ تشریحی

مفاهیم مقدماتی هندسه



۵- گزینه «۲»



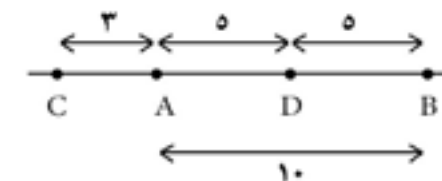
$$\frac{AM}{BM} = \frac{AN}{NB} = 3, \quad AB = 6$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{AM}{BM} = 3 &\Rightarrow \frac{AM+BM}{BM} = 4 \Rightarrow \frac{AB}{BM} = 4 \Rightarrow BM = \frac{6}{4} = 1.5 \\ \frac{AN}{NB} = 3 &\Rightarrow \frac{AN-NB}{NB} = \frac{AB}{NB} = 2 \Rightarrow NB = \frac{6}{2} = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow MN = 1.5 + 3 = 4.5$$

۶- گزینه «۴»

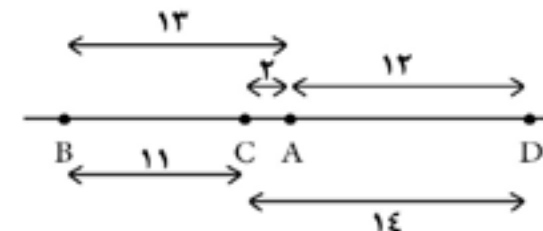
ابتدا روی یک خط راست دو نقطه A و B را مطابق شکل در نظر می‌گیریم. اگر C را سمت راست A قرار دهیم، با توجه به این که $AC = 3$ ، چه D را سمت چپ B در نظر بگیریم و چه در سمت راست آن، به هر حال شرط $CD = 8$ برقرار نمی‌شود. پس C حتماً در سمت چپ A قرار دارد. حال با توجه به مکان C، اگر D را در سمت چپ این نقطه قرار دهیم، آن‌گاه $BD = 5$ برقرار نمی‌شود پس D هم حتماً باید سمت راست C قرار گیرد. بنابراین:

$$\overline{BC} = \overline{BA} + \overline{AC} = 10 + 3 = 13$$



۷- گزینه «۴»

با توجه به شرایط مسئله وضعیت قرار گرفتن نقاط به ترتیب زیر است که در آن بیش‌ترین فاصله بین نقاط برابر با فاصله بین B و C یعنی ۲۵ است.



۸- گزینه «۳»

با توجه به شرایط مسئله نقاط را به صورت زیر قرار می‌گیرند:



$$\left. \begin{aligned} \overline{AB} + \overline{BD} &= \overline{AD} \\ \overline{AB} &= 4\overline{BD} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4\overline{BD} + \overline{BD} = \overline{AD} \Rightarrow 5\overline{BD} = \overline{AD}$$

$$\left. \begin{aligned} \overline{AC} + \overline{CD} &= \overline{AD} \\ \overline{AC} &= 9\overline{CD} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 10\overline{CD} = \overline{AD}$$

همچنین $\overline{BC} = \overline{BD} - \overline{CD}$ پس:

$$\left. \begin{aligned} 5\overline{BD} &= \overline{AD} \Rightarrow \overline{BD} = \frac{1}{5}\overline{AD} \\ 10\overline{CD} &= \overline{AD} \Rightarrow \overline{CD} = \frac{1}{10}\overline{AD} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \overline{BC} = \overline{BD} - \overline{CD} = \frac{1}{5}\overline{AD} - \frac{1}{10}\overline{AD} = \frac{1}{10}\overline{AD}$$

۹- گزینه «۳»

۱۰- گزینه «۴»

۱۱- گزینه «۴»

اگر زاویه کوچک‌تر X باشد داریم:

$$(90 - X) - X = 30 \Rightarrow 2X = 60 \Rightarrow X = 30$$

$$150^\circ = \text{مکمل زاویه } 30^\circ$$

۱۲- گزینه «۱»

متمم X برابر با $90 - X$ است، پس نصف متمم X برابر با $\frac{90 - X}{2}$ می‌شود.

$$2 \times (X = \frac{90 - X}{2} + 30) \rightarrow 2X = 90 - X + 60 \Rightarrow 3X = 150 \Rightarrow X = 50$$

$$X = 130^\circ = \text{مکمل}$$



۱۳- گزینه «۴»

با توجه به شکل:



$$x + y = 180 \quad (1)$$

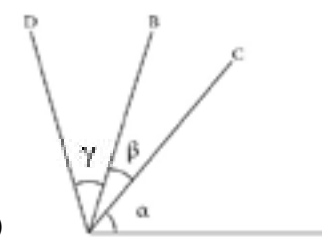
$$2y - 2x = 40 \rightarrow y - x = 20 \rightarrow y = x + 20 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} x + x + 20 = 180 \Rightarrow 2x = 160$$

$$\xrightarrow{2y - 2x = 40} 2y - 160 = 40 \Rightarrow 2y = 200 \Rightarrow y = 100$$

بنابراین مکمل زاویه کوچک یا همان $2x$ برابر با $180 - 160 = 20$ است.

۱۴- گزینه ۳



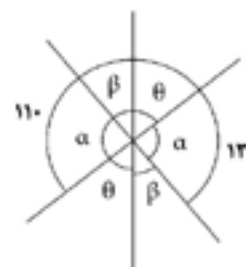
$$\widehat{AOB} = 70^\circ \rightarrow \alpha + \beta = 70^\circ \quad (1)$$

$$\widehat{COD} = 60^\circ \rightarrow \beta + \gamma = 60^\circ \quad (2)$$

$$\widehat{AOD} = 100^\circ \rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 100^\circ \quad (3)$$

$$\alpha + \beta + \beta + \gamma = 70 + 60 \xrightarrow{(3)} \underbrace{\alpha + \beta + \gamma}_{100} + \beta = 130 \Rightarrow 100 + \beta = 130 \Rightarrow \beta = 30^\circ$$

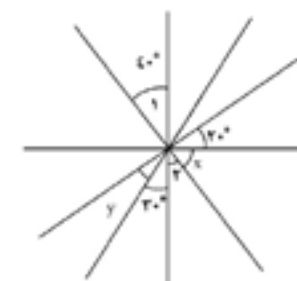
۱۵- گزینه «۱»



در شکل زوایای متقابل به رأس را مشخص کرده‌ایم:

$$\left. \begin{aligned} \alpha + \beta + \theta + \alpha &= 110 + 130 = 240 \\ \alpha + \beta + \theta &= 180 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \alpha + 180 = 240 \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

۱۶- گزینه «۳»



$$\widehat{O_1} = \widehat{O_2} = 40$$

$$20 + x + 40 + 30 + y = 180$$

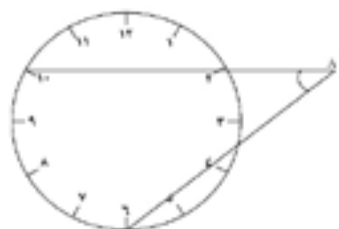
$$90 + x + y = 180$$

$$x + y = 90$$

۱۷- گزینه «۲»

$$\frac{72^\circ}{360^\circ} = \frac{x}{12} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{x}{12} \Rightarrow x = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5} \times 60 = 24 \text{ دقیقه} \Rightarrow \text{زمان} = 2:24'$$

می‌دانیم زاویه بین هر دو عدد متوالی روی ساعت 30° است.

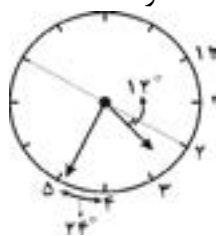
$$A = \frac{120 - 30}{2} = 45^\circ$$

۱۹- گزینه «۴»

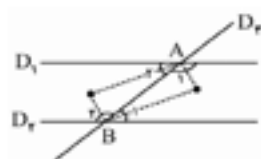
در مدت زمان داده شده عقربه ساعت‌شمار همیشه از دقیقه‌شمار عقب‌تر است. برای این که ساعت‌شمار نیم‌ساز ثانیه‌شمار باشد، باید از ساعت‌شمار به همان اندازه عقب‌تر باشد و این در هر دقیقه یک‌بار اتفاق می‌افتد، یعنی در دقیقه‌های ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹ و ۲۰ بعد از ساعت ۲. دقت کنید چون $2:20' : 2:20''$ را باید در نظر بگیریم در خور ساعت $2:20'$ نیز یک‌بار اتفاق می‌افتد.

۲۰- گزینه «۲»

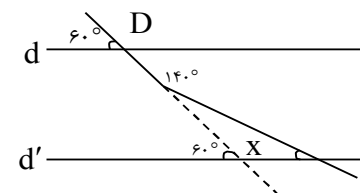
$$\begin{array}{ccc} \text{چرخش عقربه دقیقه‌شمار} & \text{چرخش عقربه ساعت‌شمار} & \\ 360^\circ & 30^\circ & \\ x & 12^\circ & \end{array} \rightarrow x = \frac{12^\circ \times 360^\circ}{30^\circ} = 144^\circ$$



۲۱- گزینه «۲»

محل برخورد دو نیم‌ساز زاویه‌های A_1 و B_1 و همچنین A_2 و B_2 از سه خط به یک فاصله هستند.

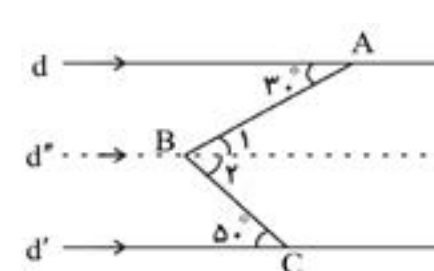
۲۲- گزینه «۱»



$$x = 180 - (120 + 40) = 20^\circ$$

۲۳- گزینه «۴»

از نقطه B خطی به موازات d و d' رسم می‌کنیم. می‌توان نوشت:



$$\left. \begin{array}{l} d'' \parallel d \rightarrow \hat{B}_1 = \hat{A} \rightarrow \hat{B}_1 = 30^\circ \\ \text{مورب } AB \\ d'' \parallel d' \rightarrow \hat{B}_2 = \hat{C} \rightarrow \hat{B}_2 = 50^\circ \\ \text{مورب } BC \end{array} \right\} \hat{B}_{1,2} = 80^\circ$$

۲۴- گزینه «۴»

راه حل اول:

$$\begin{aligned} \hat{b} &= 70^\circ - 60^\circ = 10^\circ \\ d \parallel d' &\Rightarrow \hat{b} = \hat{b}' = 10^\circ \\ \hat{a} &= 50^\circ + 10^\circ = 60^\circ \end{aligned}$$

راه حل دوم:

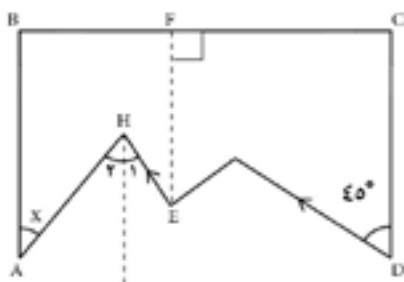
m و m' را موازی d و d' رسم می‌کنیم
و از خاصیت خطوط موازی و مورب
استفاده می‌کنیم.

$$\hat{a} = \hat{a}_1 + \hat{a}_2 = 50^\circ + 10^\circ = 60^\circ$$

۲۵- گزینه «۳»

ابتدا خطوط نقطه‌چین را که موازی AB و CD هستند اضافه می‌کنیم. با توجه به شکل واضح است که $E_1 = 45^\circ$ (زیرا $EF \parallel CD$) پس:

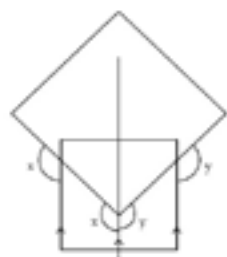
$$H_1 = 45^\circ \Rightarrow H_2 = 70^\circ - 45^\circ = 25^\circ \Rightarrow x = \hat{H}_2 = 25^\circ$$



۲۶- گزینه «۲»

خط d را موازی با ضلع مربع کوچک‌تر رسم می‌کنیم. با توجه به خطوط موازی و مورب، زاویه‌های مشخص شده برابر x و y هستند. اما همان‌طور که مشخص است:

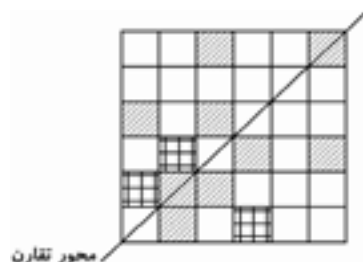
$$x + y = 360 - (\text{زاویه مربع بزرگ}) = 360 - 90 = 270$$



۲۷- گزینه «۲»

۲۸- گزینه «۱»

یک مربع رنگ نشده در کل ۴ محور تقارن دارد. دو قطر و دو خطی که وسط ضلع‌های روبه‌رو را به هم وصل می‌کنند. محور تقارن شکل رنگ شده نیز باید یکی از این ۴ تا باشد که اگر در این شکل هر کدام از آن‌ها را بررسی کنیم خواهیم دید که یکی به ۳ و دیگری به ۵ و دوتای دیگر به ۹ خانه سیاه جدید احتیاج دارند و جواب مسأله ۳ است.



۲۹- گزینه «۳»

