



۱- گزینه «۱»

مثلث قائم الزاویه است زیرا یک زاویه ۹۰ درجه دارد.

۱	۱۸
۴	۷۲
۵	۹۰
۱۰	۱۸۰

×۱۸

۲- گزینه «۴»

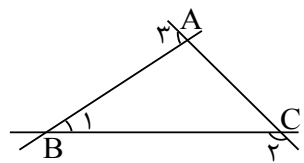
مجموع زاویه‌های خارجی مثلث ۳۶۰ درجه است پس یک زاویه خارجی مثلث برابر است با:

$$۳۶۰ - ۲۰۰ = ۱۶۰^\circ$$

مجموع هر زاویه داخلی و خارجی مثلث ۱۸۰ درجه است بنابراین:

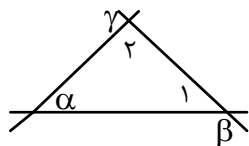
$$۱۸۰ - ۱۶۰ = ۲۰^\circ = \text{اندازه یک زاویه داخلی}$$

۳- گزینه «۲»



$$\begin{aligned}\hat{A} &= \hat{A} + (180^\circ - \hat{A}) \\ \hat{B} &= \hat{B} + (180^\circ - \hat{B})\end{aligned} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} - \hat{A} =$$

$$\begin{aligned}\hat{C} &= \hat{C} + (180^\circ - \hat{C}) \\ \text{داخلی B} &\uparrow \\ 1 &+ (180 - 3) + 1 + (180 - 2) - 1 = \hat{B} + \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ\end{aligned}$$



۴- گزینه «۲»

$$\beta = \alpha + (180 - \gamma) \quad \text{زاویه خارجی مثلث}$$

$$\gamma = \alpha + (180 - \beta) \quad \text{زاویه خارجی}$$

$$\beta + \gamma - \alpha = \alpha + \gamma + \alpha + \beta - \alpha = \alpha + \gamma + \beta = 180 \quad \text{مجموع زاویه داخلی مثلث}$$

۵- گزینه «۱»

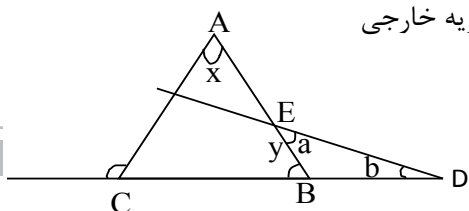
* در هر مثلث، اندازه یک زاویه خارجی با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور برابر است.

$$\hat{C} = \hat{x} + \hat{y} \Rightarrow \hat{x} = \hat{C} - \hat{y} \quad (۱) \quad \text{در مثلث ABC زاویه خارجی}$$

$$\hat{y} = a + b \quad (۲) \quad \text{در مثلث BDE زاویه خارجی}$$

رابطه (۲) را به جای $\hat{y}$ در رابطه (۱) جایگزین می‌کنیم.

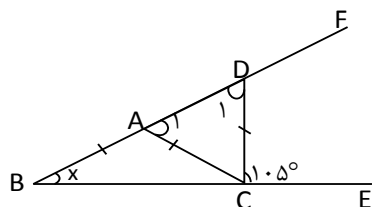
$$\hat{x} = \hat{C} - (\hat{a} + \hat{b}) \Rightarrow \hat{x} = \hat{C} - \hat{a} - \hat{b}$$



پاسخ تشریحی فصل هشتم مثلث

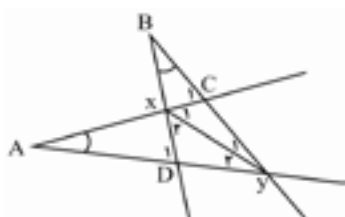


۱۰- گزینه «۴»



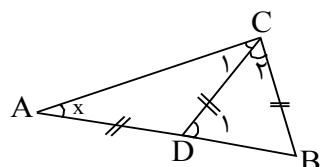
$$\begin{aligned} AB = AC &\Rightarrow \hat{A}_1 = 2x \\ AC = DC &\Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{A}_1 = 2x \\ \hat{DCE} = \hat{D}_1 + \hat{B} &= 2x + x = 3x \\ 3x = 105^\circ &\Rightarrow x = 35^\circ \end{aligned}$$

۱۱- گزینه «۲»



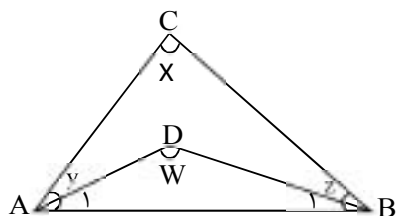
$$\begin{aligned} x = \hat{B} + \hat{C}_1 &\Rightarrow 2x = \hat{A} + \hat{B} + \hat{C}_1 + \hat{D}_1 = 30^\circ + \hat{C}_1 + \hat{D}_1 \quad (I) \\ x = \hat{A} + \hat{D}_1 & \\ \hat{C}_1 + \hat{D}_1 = x + y = x + 60^\circ &\quad (II) \\ (I), (II) \rightarrow 2x = 90^\circ + x &\Rightarrow x = 90^\circ \end{aligned}$$

۱۲- گزینه «۲»



$$\begin{aligned} \hat{C}_1 = x &\Rightarrow \hat{D}_1 = 2x \Rightarrow \hat{C} = 2x \Rightarrow \hat{ABC} = 2x \\ \hat{ABC} : x + 2x + 2x &= 180^\circ \Rightarrow x = 36^\circ \end{aligned}$$

۱۳- گزینه «۱»



در مثلث ADB داریم:

$$W + A_1 + B_1 = 180 \Rightarrow A_1 + B_1 = 180 - W$$

در مثلث ABC داریم:

$$\begin{aligned} X + Y + A_1 + B_1 + Z &= 180 \\ X + Y + 180 - W + Z &= 180 \\ X &= W - Y - Z \end{aligned}$$

۶- گزینه «۴»

$$\left. \begin{aligned} \hat{A} &= 4\hat{B} \\ \hat{C} &= 2\hat{B} + 5 \\ \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4\hat{B} + \hat{B} + (2\hat{B} + 5) = 180^\circ \Rightarrow 7\hat{B} = 175^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B} = 25^\circ \Rightarrow A = 4 \times 25 = 100^\circ$$

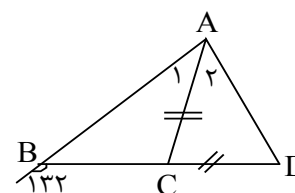
۷- گزینه «۱»

$$\left. \begin{aligned} \hat{B} - \hat{A} &= 20^\circ \\ \hat{C} - \hat{A} &= 40^\circ \\ \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} - 2\hat{A} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow 180 - \hat{A} = 2\hat{A} + 60$$

$$\Rightarrow 3\hat{A} = 120^\circ \Rightarrow \hat{A} = \frac{120}{3} = 40^\circ$$

۸- گزینه «۱»



۸- گزینه «۱»

$\hat{B} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{D}$ خارجی

AC نیمساز است و $\triangle ACD$ متساوی الساقین است.

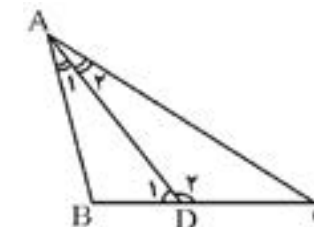
$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \hat{D}$

$\hat{B} = 3\hat{D} \Rightarrow \hat{D} = \frac{132}{3} = 44^\circ$ خارجی

۹- گزینه «۲»

$$\left. \begin{aligned} \triangle ADC : \hat{D}_1 &= \hat{A}_2 + \hat{C} \\ \triangle ABD : \hat{D}_2 &= \hat{A}_1 + \hat{B} \end{aligned} \right\} \hat{D}_2 - \hat{D}_1 = \hat{B} - \hat{C} \rightarrow \hat{D}_2 - \hat{D}_1 = 100^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{D}_2 - \hat{D}_1 &= 100^\circ \\ \hat{D}_2 + \hat{D}_1 &= 180^\circ \end{aligned} \right\} 2\hat{D}_1 = 80^\circ \rightarrow \hat{D}_1 = 40^\circ$$



۱۴- گزینه «۲»

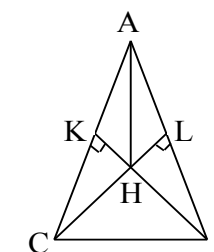


$$\left. \begin{array}{l} \angle AHB : \hat{H}_1 = 90^\circ \\ \hat{B} = 70^\circ \end{array} \right\} \hat{A}_1 = 20^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle ABC : AD \text{ نیمساز} \rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = \hat{A}_3 \\ \hat{B} = 70^\circ \\ \hat{C} = 50^\circ \end{array} \right\} \hat{A}_{1,2,3} = 180^\circ - 70^\circ - 50^\circ = 60^\circ \Rightarrow \hat{A}_{1,2} = 30^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = 20^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 30^\circ \end{array} \right\} \hat{A}_2 = 10^\circ$$

۱۵- گزینه «۴»



$$\left\{ \begin{array}{l} \angle CLB = \angle ALH = 90^\circ \\ AH = CB \Rightarrow \angle CLB \cong \angle ALH \Rightarrow LH = LB \\ \angle HAL = \angle LCB = 90^\circ - \angle ABC \\ HL = LB \\ \angle L = 90^\circ \end{array} \right. \Rightarrow \angle LBH \cong \angle LHB = 45^\circ$$

چهار ضلعی ALHK محاطی است. پس:

$$\angle AKH + \angle ALH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \angle CAB = \angle KAH = \angle LHB = 45^\circ$$

۱۶- گزینه «۴»

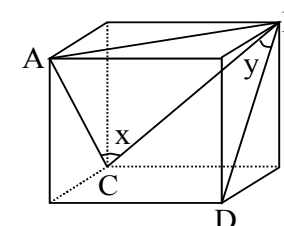
AC، AB و BC قطرهای وجوه مربعی شکل مکعب مقابل می باشند.

بنابراین مثلث ACB متساوی الاضلاع است در نتیجه:

$$\hat{C} = 60^\circ$$

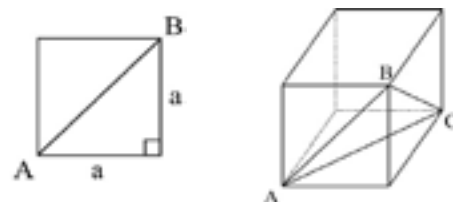
با همین استدلال $\hat{B} = 60^\circ$ بنابراین:

$$\hat{B} = \hat{C} \Rightarrow x = y = 60^\circ$$



۱۷- گزینه «۳»

اگر طول یال های مکعب (اضلاع مکعب) را برابر با a در نظر بگیریم طول هر کدام از پاره خط های AB، BC و AC برابر است با $a\sqrt{2}$ بنابراین می توان گفت مثلث ABC متساوی الاضلاع است. بنابراین $\hat{CAB} = 60^\circ$ است.



$$AB^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \rightarrow AB^2 = a^2 \sqrt{2}$$

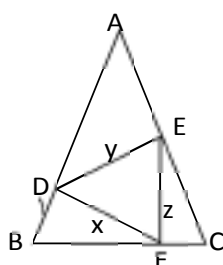
۱۸- گزینه «۱»

$$\angle APT = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\angle AQT = \angle APT \Rightarrow \angle AQT = 130^\circ \Rightarrow \hat{A} = 360^\circ - (260^\circ + \hat{T}) = 100^\circ - \hat{T}$$

$$\angle ABC : \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow (100^\circ - \hat{T}) + \hat{B} + \hat{T} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} = 80^\circ$$

۱۹- گزینه «۴»



$$\begin{aligned} AB = AC &\Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \Rightarrow 180^\circ - (\hat{D}_1 + x) = 180^\circ - (\hat{F}_1 + z) \\ &\Rightarrow \hat{D}_1 + x = \hat{F}_1 + z \Rightarrow (180^\circ - 60^\circ - y) + x = (180^\circ - 60^\circ - x) + z \\ &\Rightarrow 120^\circ - y + x = 120^\circ - x + z \Rightarrow x - y = z - x \Rightarrow 2x = y + z \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = \frac{y+z}{2}$$

۲۰- گزینه «۲»

$$BC = 15 - y = 8$$

$$AB = 25 - 19 = 6$$

$$\angle ABC : AC^2 = AB^2 + BC^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow AC = 10$$

۲۱- گزینه «۲»

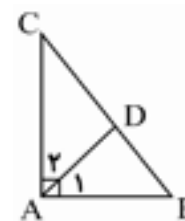
$$a^r = by \Rightarrow y = \frac{a^r}{b}$$

۲۲- گزینه «۱»

$$AB = BD = AD \Rightarrow \widehat{B} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 30^\circ$$

$$ABC: \left. \begin{array}{l} \widehat{C} = 30^\circ \\ \widehat{A} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow AB = \frac{1}{2} BC$$

$$BC^r = AB^r + AC^r \Rightarrow BC^r = \frac{1}{4} BC^r + 36 \Rightarrow BC = 4\sqrt{3}$$

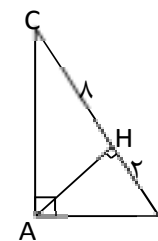


۲۳- گزینه «۴»

$$AH^r = BH \cdot CH = 8 \times 2 = 16 \Rightarrow AH = 4$$

$$\triangle ABH: AB^r = AH^r + BH^r = 4^r + 2^r = 16 + 4 = 20$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

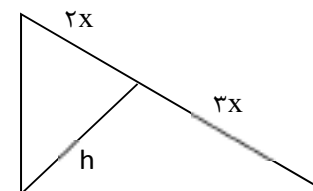


۲۴- گزینه «۱»

$$h^r = 2x \times 3x \Rightarrow (3\sqrt{6})^r = 6x^r$$

$$54 = 6x^r \Rightarrow x^r = 9 \Rightarrow x = 3$$

وتر $2x + 3x = 5x = 5 \times 3 = 15$



۲۵- گزینه «۳»

$$\triangle BOC: \widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 + \widehat{O} = 180^\circ$$

$$\rightarrow \widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 + \widehat{C}_r + \widehat{O} = 180^\circ$$

$$\rightarrow \frac{\widehat{B}}{2} + (90^\circ - \widehat{B}) + (\frac{90^\circ + \widehat{B}}{2}) + \widehat{O} = 180^\circ$$

$$\rightarrow \frac{\widehat{B}}{2} + 90^\circ - \widehat{B} + 45^\circ + \frac{\widehat{B}}{2} + \widehat{O} = 180^\circ$$

$$\rightarrow 135^\circ + \widehat{O} = 180^\circ \rightarrow \widehat{O} = 45^\circ$$

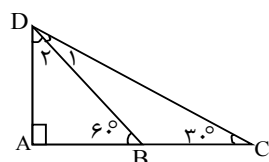


۲۶- گزینه «۲»

با استفاده از قضیه فیثاغورس نتیجه می‌شود فاصله دو نقطه ۵ و ۹ برابر $\sqrt{2}$ و دو نقطه ۹ و ۲ برابر $\sqrt{5}$ دو نقطه ۲ و ۷ برابر $\sqrt{5}$ و دو نقطه ۷ و ۱ برابر $\sqrt{10}$ و دو نقطه ۱ و ۸ برابر $\sqrt{5}$ است. به این ترتیب مجموع فواصل برابر است با:

$$\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{2} + \sqrt{10} + \sqrt{5} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{5} + \sqrt{10} = \sqrt{5}(3 + \sqrt{2}) + 2\sqrt{2}$$

۲۷- گزینه «۴»



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{D}_1 = 30^\circ \\ \widehat{C} = 30^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle DBC \text{ متساوی الساقین} \Rightarrow BD = BC = 3 \text{ cm}$$

$$\widehat{D}_2 = 30^\circ \Rightarrow AB = \frac{BD}{2} = 1.5 \text{ cm}$$

ضلع روبه‌روی 30° نصف وتر است

$$AC = AB + BC = 1.5 + 3 = 4.5 \text{ cm}$$

۲۸- گزینه «۴»

$$BD = DC \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C} = 15^\circ$$

$$\widehat{D} = 30^\circ \Rightarrow AB = \frac{1}{2} BD = 1$$

$$BD^r = AB^r + AD^r$$

$$4 = 1 + AD^r \Rightarrow AD = \sqrt{3}$$

$$AC = AD + DC = \sqrt{3} + 2$$

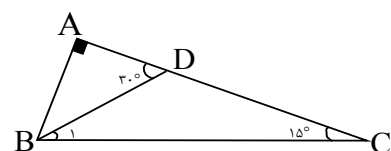
۲۹- گزینه «۴»

در مثلث AMC داریم:

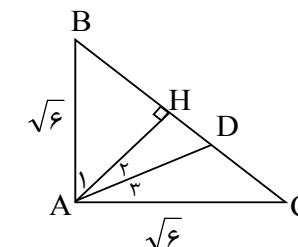
$$AB = AC \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}_r = 45^\circ$$

$$A_1 = 45^\circ \Rightarrow MC = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2 \Rightarrow MC = \sqrt{2} \Rightarrow AM = MC = \sqrt{2}$$

$$BO = OM \Rightarrow \frac{BO}{BM} = \frac{NO}{AM} \Rightarrow NO = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



۳۰- گزینه «۴»



$$AB = AC \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{A}_1 = 45^\circ$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ طبق رابطه فیثاغورس}$$

$$BC^2 = (\sqrt{6})^2 + (\sqrt{6})^2 = 12 \Rightarrow BC = 2\sqrt{3}$$

$$BH = \frac{BC}{2} \Rightarrow BH = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow AH = BH = \sqrt{3}$$

$$\widehat{HAD} = 30^\circ \Rightarrow HD = \frac{AD}{2}$$

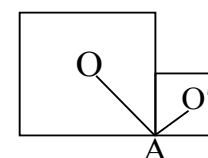
$$HD = x \Rightarrow AD = 2x$$

$$HD^2 = AD^2 - AH^2 \Rightarrow x^2 = (2x)^2 - (\sqrt{3})^2 \Rightarrow x^2 - 4x^2 = -3$$

$$-3x^2 = -3 \Rightarrow x^2 = \frac{-3}{-3} = 1 \Rightarrow HD = 1$$

۳۱- گزینه «۱»

پاره خط OA' نصف قطر مربع کوچک و پاره خط OA نصف قطر مربع بزرگ است. از طرفی $OA' \perp OA$ بنابراین مثلث $OO'A$ قائم الزاویه است و چون $OA^2 + OA'^2 = OO'^2 = \sqrt{58}$ پس



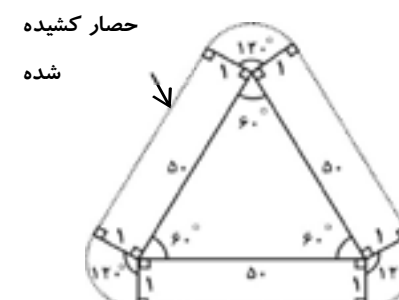
۳۲- گزینه «۲»

$$\triangle ABH : AH^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow AH = 8$$

$$\triangle AHH' : x^2 = AH^2 - AH'^2 = 8^2 - 4^2 = 64 - 16 = 48 \Rightarrow x = 4\sqrt{3}$$

۳۳- گزینه «۱»

برای آن که خرگوش‌ها حتی به یک متری مزرعه نزدیک نشوند و کمترین مقدار حصار استفاده شود باید حصار مطابق شکل روبه‌رو کشیده شود.

$$\text{کمترین طول حصار لازم} = 3 \times 50 + 2\pi \times 1 = 150 + 2\pi$$


۳۴- گزینه «۴»

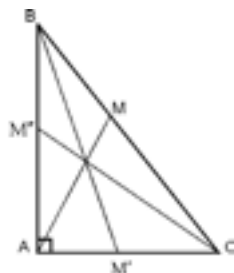
$$\widehat{A} = 90^\circ \Rightarrow BM'^2 = 6^2 + 4^2 = 52$$

$$\widehat{A} = 90^\circ \Rightarrow CM''^2 = 8^2 + 3^2 + 7^2$$

$$\widehat{A} = 90^\circ \Rightarrow BC^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \Rightarrow BC = 10$$

$$\rightarrow AM = 5 \rightarrow AM^2 = 25$$

$$\Rightarrow BM'^2 + CM''^2 + AM^2 = 150$$

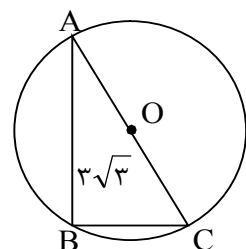


۳۵- گزینه «۲»

AC قطر دایره است چون روبه‌رو زاویه محاطی 90° درجه قرار دارد.

$$(AC)^2 = 3^2 + (\sqrt{3})^2$$

$$(AC)^2 = 9 + 3 = 12$$

$$AC = \sqrt{12} \Rightarrow AC = 2\sqrt{3} \Rightarrow AO = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ شعاع}$$


۳۶- گزینه «۲»

در هر مثلث مجموع دو ضلع مثلث باید از ضلع سوم بزرگ‌تر باشد.

۳۷- گزینه «۴»

متساوی‌الساقین است. زیرا دو ضلع مساوی دارد و قائم‌الزاویه است. زیرا اضلاع آن در رابطه فیثاغورس صدق می‌کند در نتیجه مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است.

۳۸- گزینه «۲»

اگر $a = 1/1$ ، $b = 1/2$ و $c = 1/5$ باشد با عددهای $1/10$ ، $1/2$ و $1/5$ نمی‌توان یک مثلث ساخت.

۳۹- گزینه «۳»

ضلع مثلث نمی‌تواند از نصف محیط بیش‌تر باشد چرا که طول آن از مجموع طول دو ضلع دیگر بیش‌تر می‌شود که این غیرممکن است. پس:

$$AB \leq 9$$

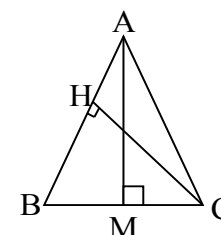
$$AB > 0$$

همچنین ضلع یک مثلث می‌تواند هر عدد حقیقی مثبت باشد. پس:



۴۰- گزینه «۲»

در مثلث متساوی الساقین ارتفاع، میانه، نیم‌ساز و عمود منصف قاعده بر هم منطبق هستند.

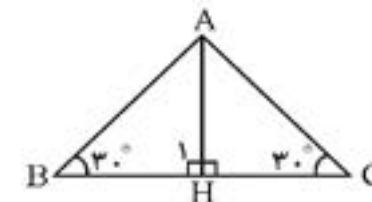


$$AMC : AM^2 = AC^2 - MC^2$$

$$\Rightarrow AM^2 = 25 - 9 \Rightarrow AM = 4$$

$$AB \times CH = BC \times AM \Rightarrow CH = \frac{AM \times BC}{AB} = \frac{4 \times 6}{5} = 4.8$$

۴۱- گزینه «۲»



$$\hat{B} = \hat{C} = 30^\circ \Rightarrow AC = AB = 2 \text{ cm}$$

$$\triangle ABH : \hat{H} = 90^\circ \Rightarrow AH = \frac{AB}{2} \rightarrow AH = 1 \text{ cm}$$

$$\triangle ABH : \hat{H} = 90^\circ \rightarrow AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow 2^2 = 1^2 + BH^2 \Rightarrow BH = \sqrt{3}$$

$$BC = 2BH \rightarrow BC = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\text{محیط } ABC = 2 + 2 + 2\sqrt{3} = 4 + 2\sqrt{3}$$

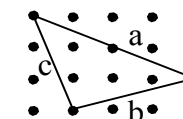
۴۲- گزینه «۲»

$$a = \sqrt{4^2 + 2^2} \Rightarrow a = \sqrt{20} \Rightarrow a = 2\sqrt{5}$$

$$b = \sqrt{3^2 + 1^2} \Rightarrow b = \sqrt{10}$$

$$c = \sqrt{3^2 + 1^2} \Rightarrow c = \sqrt{10}$$

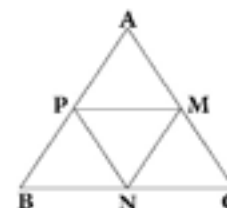
$$\text{محیط} = a + b + c \Rightarrow \text{محیط} = 2\sqrt{5} + \sqrt{10} + \sqrt{10} = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{10} = 2(\sqrt{5} + \sqrt{10})$$



۴۳- گزینه «۴»

محیط مثلث PMN نصف محیط مثلث ABC می‌باشد.

$$\text{محیط } ABC = 2 \times 6 = 12$$

(زیرا نسبت تشابه هر کدام از مثلث‌ها با $\triangle ABC$ ۱ به ۲ است)

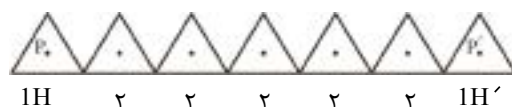
۴۴- گزینه «۱»

۱۰ نوار از ۲۰ نوار 1×21 را باید به صورت افقی و ۱۰ تای دیگر را به صورت عمودی قرار داد. دو سر هر نوار بر روی محیط، ۳ واحد تولید می‌کنند. ولی بدنه نوارها فقط در ۴ نوار در محیط بیرونی حساب می‌شوند که آن هم ۹ واحد برای هر کدام از این ۴ نوار. لذا جواب مسأله برابر است با:

$$4 \times 9 + 20 \times 2 \times 3 = 36 + 120 = 156$$

۴۵- گزینه «۱»

در مثلث متساوی الاضلاع از مرکز مثلث می‌گذرد پس PH و P'H' اضلاع مثلث را نصف کرده‌اند و بر HH' و PP' عمودند. در نتیجه: $PP' = 12 \text{ cm}$



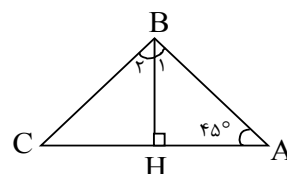
۴۶- گزینه «۲»

۴۷- گزینه «۱»

$$S_r = S_1 + 2/\Delta a \quad S_1 = \frac{1}{2} ab$$

$$b' = b + \Delta \Rightarrow S_r = \frac{1}{2} a(b + \Delta) = \frac{1}{2} ab + 2/\Delta a$$

۴۸- گزینه «۳»



$$\hat{A} = \hat{B} = 45^\circ \Rightarrow BH = AH = 2 \text{ cm}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AC \times BH}{2} \Rightarrow 3 = \frac{AC \times 2}{2} \Rightarrow AC = 3 \Rightarrow CH = 1$$

$$\triangle BCH : BC^2 = BH^2 + CH^2 \Rightarrow BC^2 = 4 + 1 = 5 \Rightarrow BC = \sqrt{5}$$

۴۹- گزینه «۳»

$$\left. \begin{aligned} AH &= \frac{1}{2} A'H' \\ \frac{BC \times AH}{2} &= \frac{3B'C' \times A'H'}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow BC \times \frac{1}{2} A'H' = 3B'C' \times A'H' \Rightarrow BC = 6B'C'$$

۵۰- گزینه «۱»

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$2P = 3\sqrt{3} \rightarrow \frac{S}{2P} = \frac{\frac{3\sqrt{3}}{4}}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{4}$$

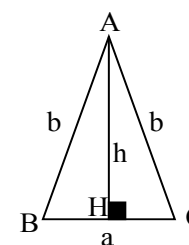
۵۱- گزینه «۲»

$$= a + a + a\sqrt{2} = 2a + a\sqrt{2} = a(2 + \sqrt{2}) = 6(2 + \sqrt{2}) \Rightarrow a = 6$$

طول ساق ۶

$$S = \frac{1}{2} a^2 = \frac{1}{2} \times 36 = 18$$

۵۲- گزینه «۲»



$$h^2 = b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = b^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{4b^2 - a^2}{4} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{4b^2 - a^2}}{2}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{a \cdot \frac{\sqrt{4b^2 - a^2}}{2}}{2} = \frac{a}{4} \sqrt{4b^2 - a^2}$$

۵۳- گزینه «۲»

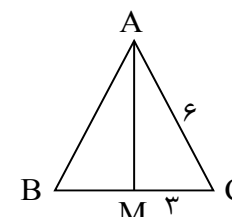
$$S_{AMB} = \frac{1}{4} S_{ABCD}, S_{BMO} = \frac{1}{3} S_{AMB} \Rightarrow S_{BMO} = \frac{1}{12} S_{ABCD}$$

۵۴- گزینه «۲»

$$113 / 0.4 = 36 \div 3 / 14$$

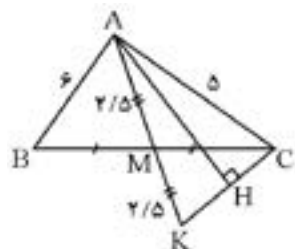
$$AM^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$



۵۵- گزینه «۲»

ابتدا میانه AM را به اندازه خودش امتداد می‌دهیم و نقطه حاصل را K می‌نامیم.



$$\left. \begin{array}{l} AM = MK \\ BM = CM \end{array} \right\} \text{متوازی الاضلاع ACKB} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} KC = AB = 6 \\ S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AKC} \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} AC = AK \\ AH \perp KC \end{array} \right\} HC = \frac{KC}{2} \rightarrow HC = 3$$

$$\widehat{H} = 90^\circ \rightarrow AC^2 = AH^2 + HC^2 \rightarrow 25 = AH^2 + 9 \rightarrow AH = 4$$

$$\rightarrow S_{\triangle AKC} = \frac{4 \times 6}{2} = 12 \rightarrow S_{\triangle ABC} = 12$$

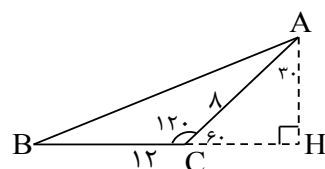
۵۶- گزینه «۳»

هر کدام از ضلع‌های مثلث را می‌توان به عنوان قاعده در نظر گرفت. در این صورت ارتفاع وارد بر این قاعده نمی‌تواند از هیچ یک از دو ضلع دیگر بیش‌تر باشد. لذا اگر ضلع به طول ۱۳ را قاعده فرض کنیم، حداکثر ارتفاع ۱۲ خواهد بود و مساحت این مثلث برابر خواهد بود با:

$$S = \frac{13 \times 12}{2} = 78$$

۵۷- گزینه «۳»

ابتدا ارتفاع وارد بر ضلع BC را رسم کرده و اندازه آن را با استفاده از رابطه فیثاغورس حساب می‌کنیم. ضلع روبه‌روی 30° نصف وتر است.



$$CH = \frac{AC}{2} = 4$$

$$(AH)^2 = (AC)^2 - (CH)^2$$

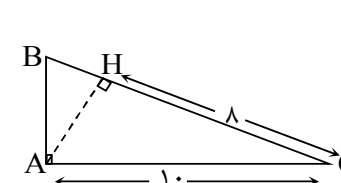
$$\Rightarrow AH^2 = 64 - 16 \Rightarrow AH = 4\sqrt{3}$$

$$S_{ABC} = \frac{12 \times 4\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3}$$

۵۸- گزینه «۱»

$$\begin{aligned} \text{ضلع مثلث} &= 4\sqrt{3} \\ \text{ارتفاع مثلث} &= 6 \\ \text{ارتفاع مثلث} &= 12\sqrt{3} \end{aligned}$$

۵۹- گزینه «۲»

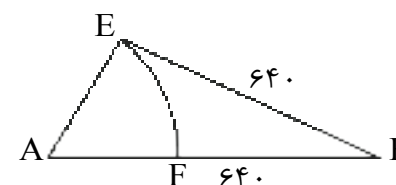


$$\begin{aligned} \triangle ACH &\sim \triangle ABC \Rightarrow AC^2 = CH \cdot BC \\ \Rightarrow 100 &= ABC \Rightarrow BC = \frac{100}{8} = \frac{25}{2} \\ \triangle AHC : AC^2 &= AH^2 + CH^2 \Rightarrow AH = 6 \\ \Rightarrow S_{ABC} &= \frac{6 \times \frac{25}{2}}{2} = 37 \frac{1}{2} \end{aligned}$$

۶۰- گزینه «۲»

$$S_{\triangle ADE} - S_{\triangle BDC} = (S_{\triangle ADE} + S_{\triangle ADB}) - (S_{\triangle BDC} + S_{\triangle ADB}) = S_{\triangle ABE} - S_{\triangle ABC} = \frac{8 \times 4}{2} - \frac{6 \times 4}{2} = 4$$

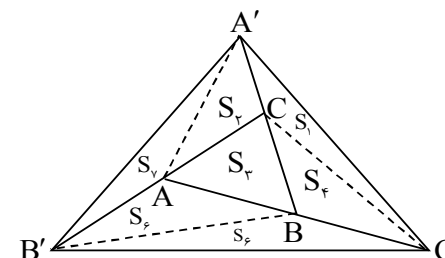
۶۱- گزینه «۴»



اگر مثلث را ABC بنامیم رأس C نقطه‌ای بر روی کمان EF خواهد بود. لذا ارتفاع مثلث از ۱۲ کم‌تر خواهد بود.

$$S = \frac{AB \times CH}{2} < \frac{64 \times 12}{2} = 384.$$

۶۲- گزینه «۴»

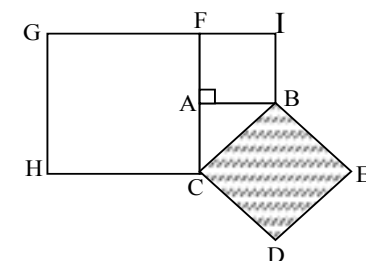


$$S_1 = S_r = \dots = S_v \Rightarrow \frac{S_{A'BC'}}{S_{ABC}} = \frac{v}{1} = v$$

۶۳- گزینه «۳»

$$\begin{aligned} CF = \sqrt{196} &= 14 : \text{ضلع مربع GFCH} \\ AF = \sqrt{36} &= 6 : \text{ضلع مربع ABIF} \\ AC &= CF - AF = 14 - 6 = 8 \end{aligned}$$

طبق رابطه فیثاغورس:



$$\begin{aligned} (BC)^2 &= (AC)^2 + (AB)^2 \\ (BC)^2 &= 8^2 + 6^2 = 100 \\ BC &= \sqrt{100} = 10 \Rightarrow S = 10 \times 10 = 100 \end{aligned}$$

۶۴- گزینه «۱»

